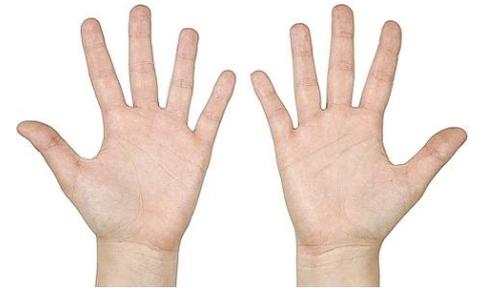


# Usare le Mani e le Cannucce nell' Aritmetica



Anna Baccaglini-Frank

Università di Modena e Reggio Emilia

# Io e la matematica...

Due parole che mi vengono in mente quando penso a questa materia:

Scrivi una o due frasi per descrivere la tua esperienza con la matematica, dalla prima elementare fino ad adesso.

I sentimenti che mi suscita la matematica sono:

La cosa che mi piace di più in matematica è (o è stata):

# Io e la matematica...

Per me la matematica è:

1. Una serie di regole da imparare a memoria
2. Un'arte in cui bisogna essere creativi usando anche l'intuizione per risolvere problemi
3. Una cosa che o sai o non sai
4. Fare una serie di passaggi incomprensibili in un dato ordine e senza fare errori
5. Un gioco in cui metto insieme numeri e forme geometriche in vari modi e cerco di descriverne le regolarità che incontro.
6. Altro...

# Io e la matematica...

I numeri per me sono:

1.Freddi

2.Grigi

3.Rigidi

4.Colorati

5.Manipolabili

6.Altro...

# Io e la matematica...

La geometria fatta a scuola:

1. Non ha nulla di reale

2. La vedo sempre anche nella vita reale

3. È astratta e senza significato

4. Non so cosa sia un teorema

5. I teoremi mi aiutano a vedere relazioni tra proprietà di figure

6. È la cosa che trovo più difficile e assurda di tutta la matematica

# Io e la matematica...

Secondo quanti di voi la matematica è una cosa in cui “sei bravo” o “fai schifo” e non ci si può fare più di tanto?

Dunque, ci sono:

- Pregiudizi

evitabili



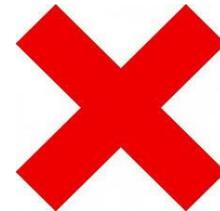
- Difficoltà che emergono da didattiche non adatte (ostacoli didattici)

evitabili



- Alcune difficoltà intrinseche (ostacoli epistemologici)

inevitabili



Dunque, ci sono:

- Pregiudizi

evitabili

Risultati recenti  
sulla plasticità  
neurale

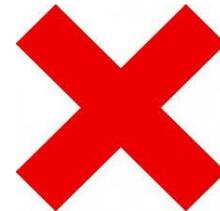
- Difficoltà che emergono da didattiche non adatte (ostacoli didattici)

evitabili



- Alcune difficoltà intrinseche (ostacoli epistemologici)

inevitabili



Le neuroscienze ci dicono che

# il cervello è plastico

La **neuroplasticità** si riferisce alla capacità del cervello di cambiare e di creare nuove connessioni.



Le neuroscienze ci dicono che

# il cervello è plastico

Quando si impara, una sinapsi “si accende”, cioè passa corrente elettrica e una nuova connessione si forma tra cellule nervose.

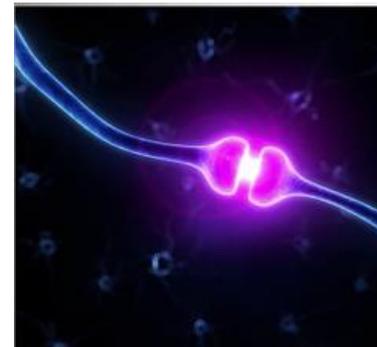


Le neuroscienze ci dicono che

# il cervello è plastico

I percorsi sinaptici sono come orme nella sabbia: possono diventare percorsi stabili se sono usati di frequente, oppure possono sbiadire ed essere spazzati via se usati poco.

Nuove connessioni si creano ed altre spariscono ogni secondo.



Le neuroscienze ci dicono che

# il cervello è plastico

Ogni esperienza d'apprendimento modifica la struttura del cervello.

Il potenziale di ogni bambino è ENORME.

Ma allora perché continuiamo a pensare che si “nasca” con determinate abilità anziché credere che chiunque abbia un enorme potenziale di imparare se stimolato adeguatamente?

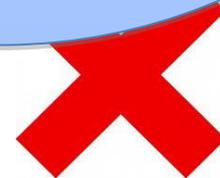


Dunque, ci sono:

- Pregiudizi
- Difficoltà che emergono da situazioni adatte (ostacoli)
- Alcune difficoltà intrinseche (epistemologici)

Scoperte nel campo delle neuroscienze, psicologia cognitiva e teorie dalla didattica della matematica aiutano a superarle con una BUONA DIDATTICA

inevitabili



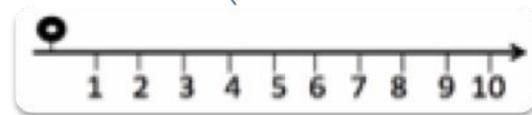
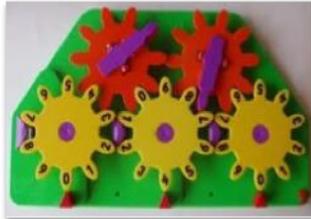
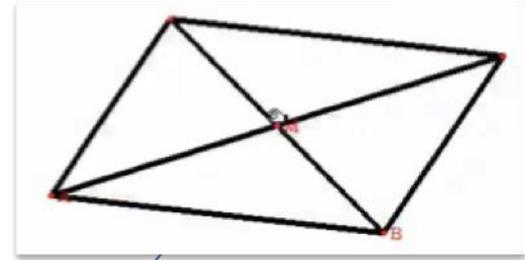
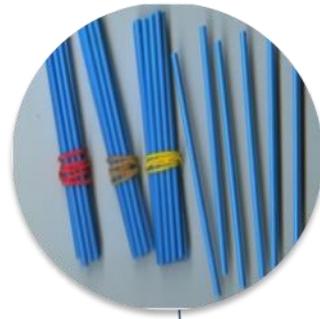
# Artefatti Intelligenti

?

Che cosa sono?

Perché ci stanno tanto a cuore?

Esempi di  
Artefatti  
Intelligenti



# Artefatti Intelligenti

Perché ci stanno tanto a cuore?

Perché possono aiutarci ad aiutare i ragazzi a cambiare:

- la visione della matematica “colorandola”,
- il loro senso di **potenza** (o impotenza) rispetto alla matematica,
- la loro **conoscenza** e le loro **abilità** matematiche.



Solutore

Artefatto



Activity 2

- Draw a point  $P$
- and a line  $r$  through  $P$ .
- Construct the perpendicular line to  $r$  through  $P$
- and choose a point  $C$  on it.
- Construct the symmetric image of  $C$  with respect to  $P$  and call it  $A$ .
- On the semiplane defined by  $r$  that contains  $A$  choose a point  $D$ .
- Construct the line through  $D$  and  $P$ .
- Construct the circle with center in  $C$  and radius  $CP$ .
- Let  $B$  be the second intersection of the line through  $P$  and  $D$  with the circle.
- Construct the quadrilateral  $ABCD$ .

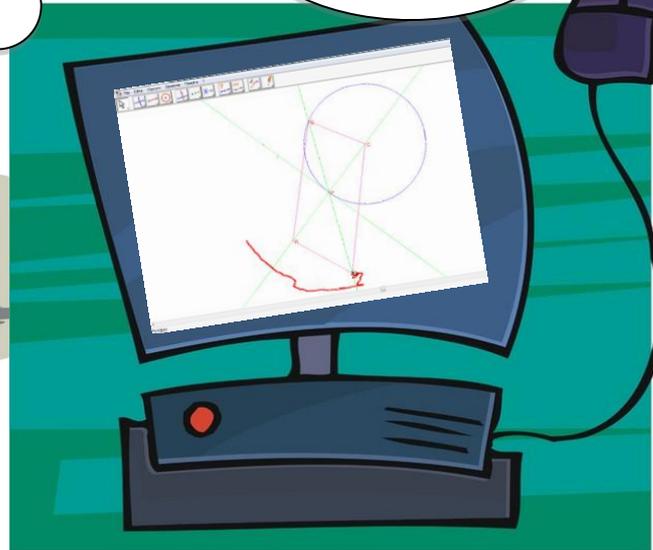
Make conjectures on the types of quadrilaterals that  $ABCD$  can become, trying to describe *all* the ways in which it is possible to obtain a certain type of quadrilateral.

Compito/con  
segna

Schema  
d'utilizzazione



Solutore



Activity 2

- Draw a point  $P$
- and a line  $r$  through  $P$ .
- Construct the perpendicular line to  $r$  through  $P$
- and choose a point  $C$  on it.
- Construct the symmetric image of  $C$  with respect to  $P$  and call it  $A$ .
- On the semiplane defined by  $r$  that contains  $A$  choose a point  $D$ .
- Construct the line through  $D$  and  $P$ .
- Construct the circle with center in  $C$  and radius  $CP$ .
- Let  $B$  be the second intersection of the line through  $P$  and  $D$  with the circle.
- Construct the quadrilateral  $ABCD$ .

Make conjectures on the types of quadrilaterals that  $ABCD$  can become, trying to describe *all* the ways in which it is possible to obtain a certain type of quadrilateral.

Compito/con  
segna

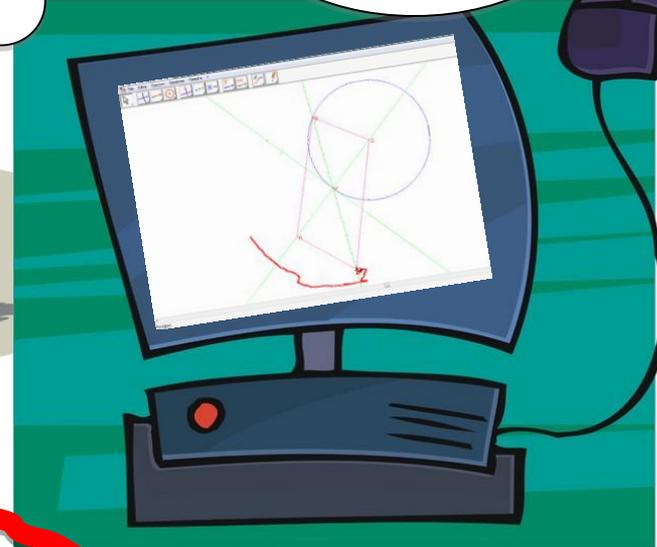
Schema  
d'utilizzazione



*Strumento*



Solutore



Activity 2

- Draw a point P
- and a line  $r$  through P.
- Construct the perpendicular line to  $r$  through P
- and choose a point C on it.
- Construct the symmetric image of C with respect to P and call it A.
- On the semiplane determined by  $r$  that contains A choose a point D.
- Construct the line through D and P.
- Construct the circle with center in C and radius CP.
- Let E be the second intersection of the line through P and D with the circle.
- Construct the quadrilateral ABCD.

Make conjectures on the types of quadrilaterals that ABCD can become, trying to describe all the ways in which it is possible to obtain a certain type of quadrilateral.

Compito/con  
segna

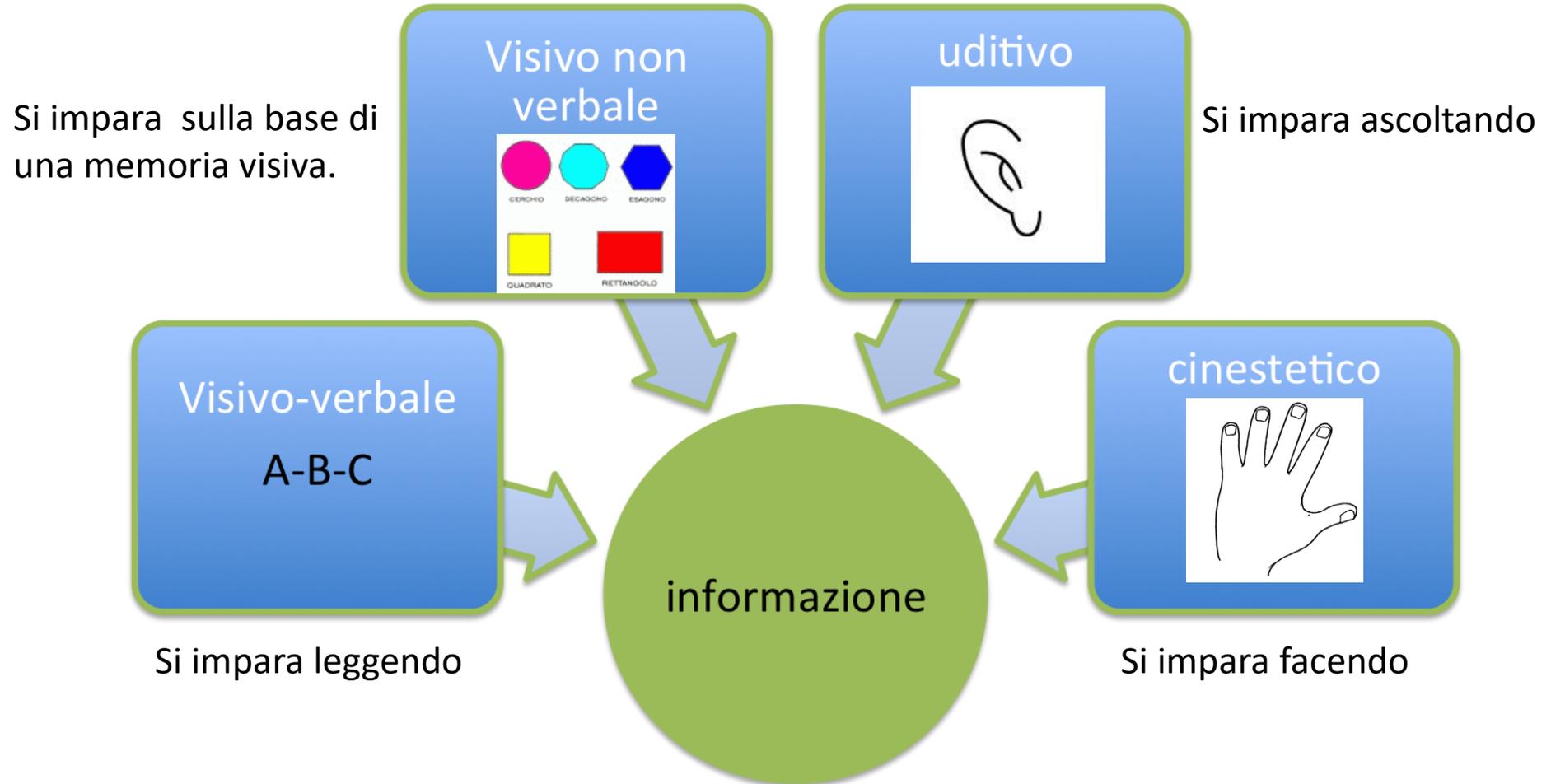
# Come procediamo?

Vogliamo parlare di 2 artefatti intelligenti, in particolare:

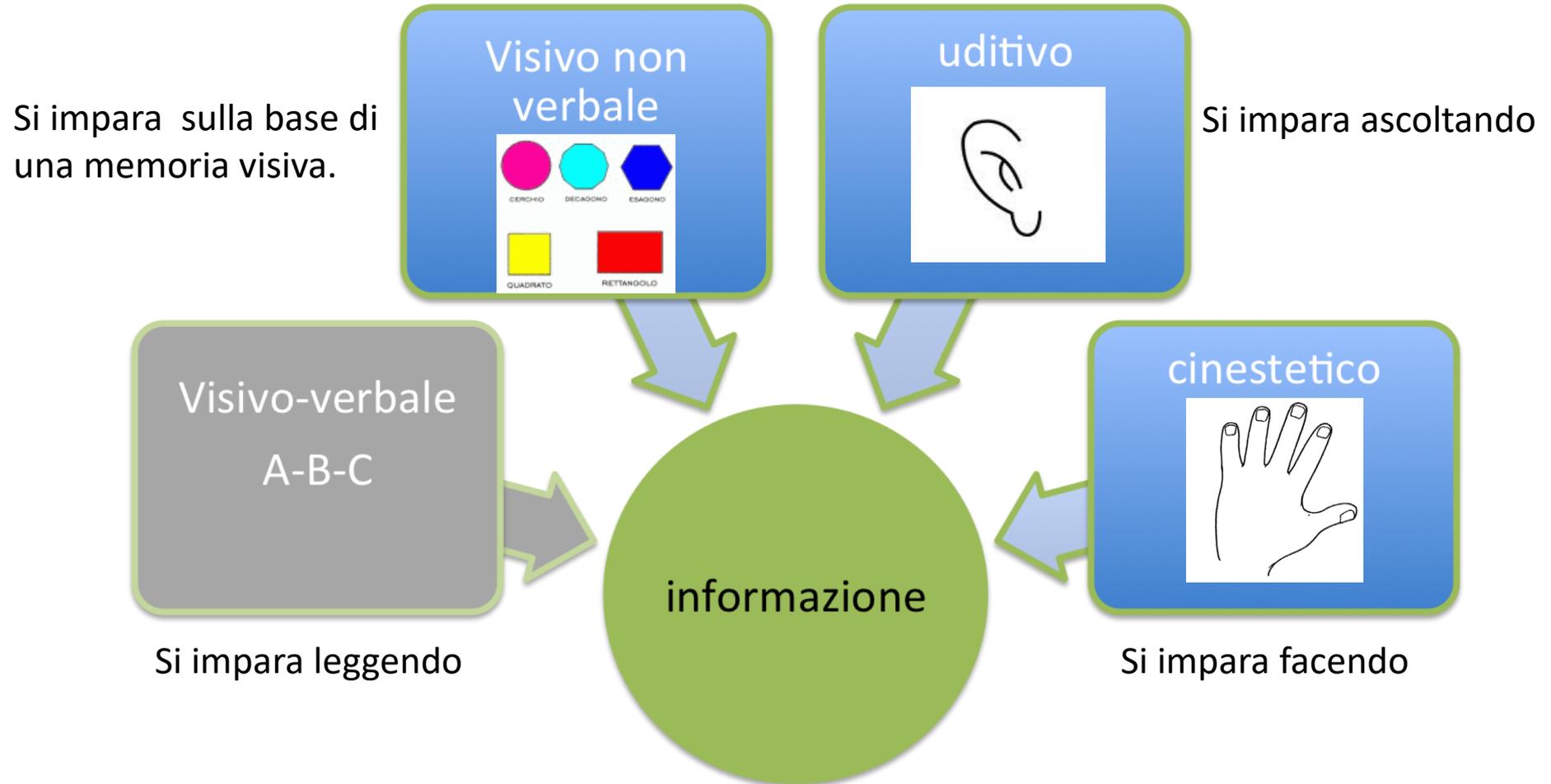
- Dell'uso delle **mani e dita**
- dei fascetti di **cannucce** per mediare la notazione posizionale e aspetti del calcolo.

Vedremo alcune scoperte e teorie rilevanti rispetto all'uso di questi artefatti.

# Canali di accesso alle informazioni e stili d'apprendimento



# Canali di accesso alle informazioni e stili d'apprendimento



# Le mani - perché usarle?

Senza la capacità di associare la **rappresentazione dei numeri** alla **rappresentazione neurale delle dita e delle mani** nelle loro posizioni normali, gli stessi numeri non possono avere una rappresentazione normale nel cervello.



(Butterworth, 1999 )

# Dalle neuroscienze

## Uso delle Mani

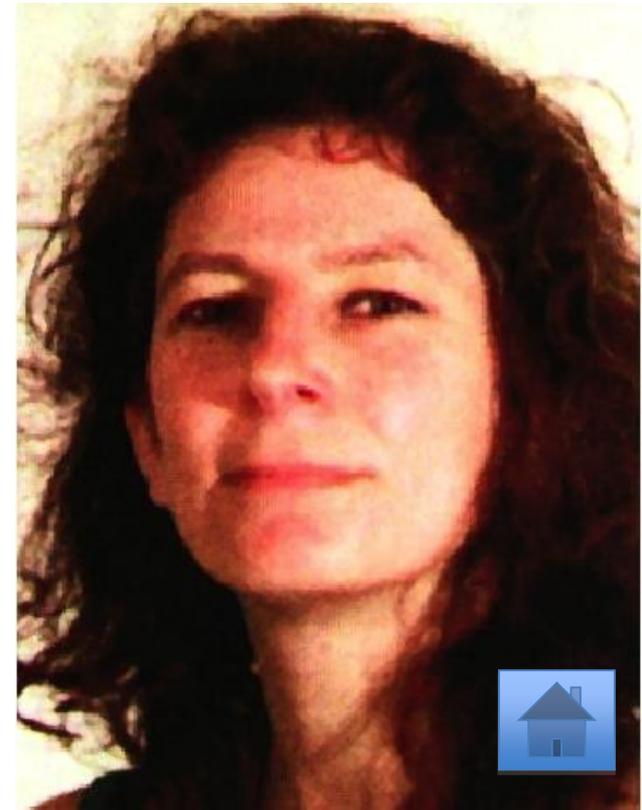
- Ipotesi: Tre abilità di base su cui poggiano le più complesse abilità numeriche sono
- Saper riconoscere piccole numerosità senza contare (subitizing)
  - Le abilità motorie fini (finger tapping)
  - La rappresentazione che il soggetto ha delle proprie dita (gnosia digitale)



(Butterworth, 2000, 2005 )

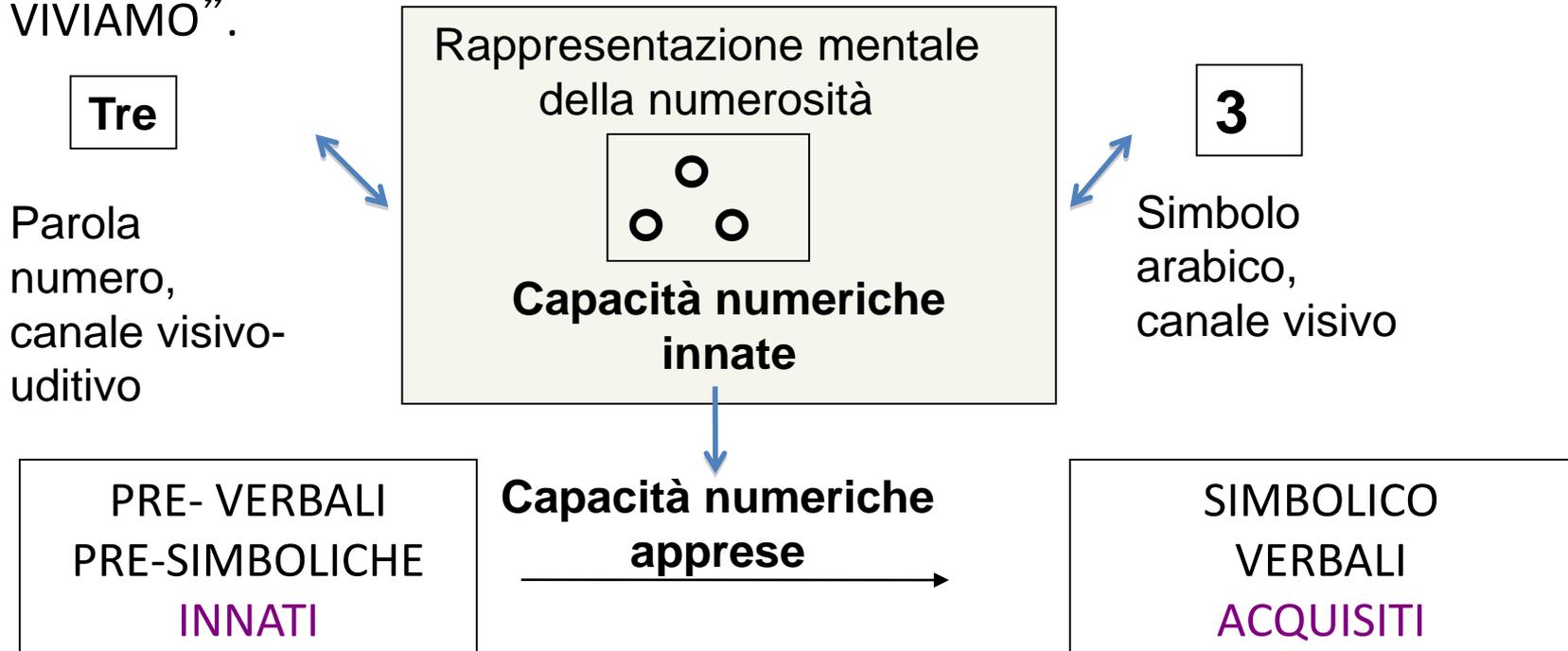
# Risultati sperimentali sulla “gnosia digitale”

- “La consapevolezza delle dita” è un buon predittore delle abilità numeriche del bambino. (Noël, 2005)
- Il potenziamento della gnosia digitale ha portato un gruppo sperimentale di bambini con scarsa abilità a superare un gruppo “forte” non sottoposto a potenziamento. (Bafalluy & Noël, 2008)



# BUTTERWORTH (1999)

“ LA NATURA FORNISCE UN NUCLEO DI CAPACITA’ PER CLASSIFICARE PICCOLI INSIEMI DI OGGETTI NEI TERMINI DELLA LORO NUMEROSITA ’ ...PER CAPACITA’ PIU’ AVANZATE ABBIAMO BISOGNO DELL’ ISTRUZIONE, OSSIA DI ACQUISIRE STRUMENTI CONCETTUALI FORNITI DALLA CULTURA IN CUI VIVIAMO”.



# Il Numero

MODELLI COGNITIVI:  
funzionamento della rappresentazione dei  
numeri e dei processi di calcolo

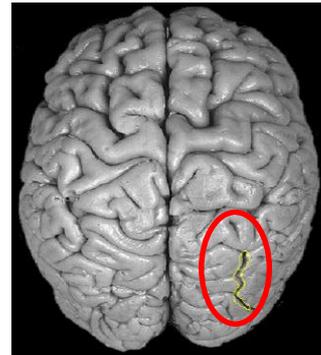
il *modello del triplice codice* di Dehaene (1992; Dehaene & Cohen, 1995)  
assume che ci siano essenzialmente tre categorie di rappresentazioni mentali nelle quali i numeri possano essere manipolati nel cervello umano

modello di McCloskey (McCloskey, Caramazza e Basili, 1985).  
considera a un livello generale i meccanismi cognitivi che mediano la comprensione e la produzione di numeri arabi e verbali, e l'esecuzione di semplici calcoli

0  $\infty$

Subitizing

Stima



Riconoscimento di quantità

# Processamento numerico

D'

C'

D

C

Scrittura di par. Num.

Lettura par. Num.

Ascolto di par. num

Verbalizzazione par. Num.

Verbale uditivo  
«sette»

Abilità lessicali

visivo arabico

7

lettura di numeri in codice arabico

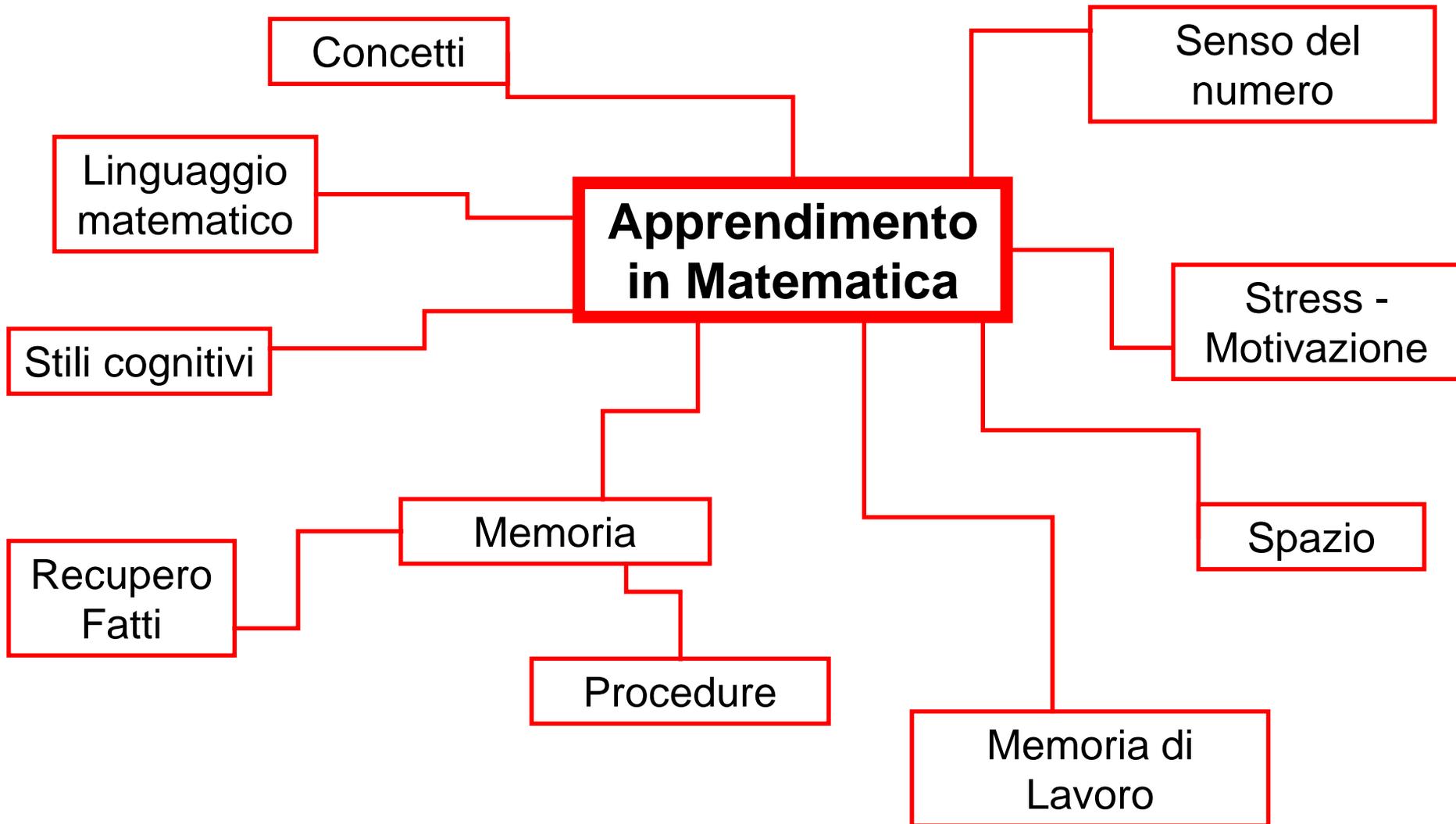
Scrittura di numeri in codice arabico

Sintassi posizionale

B

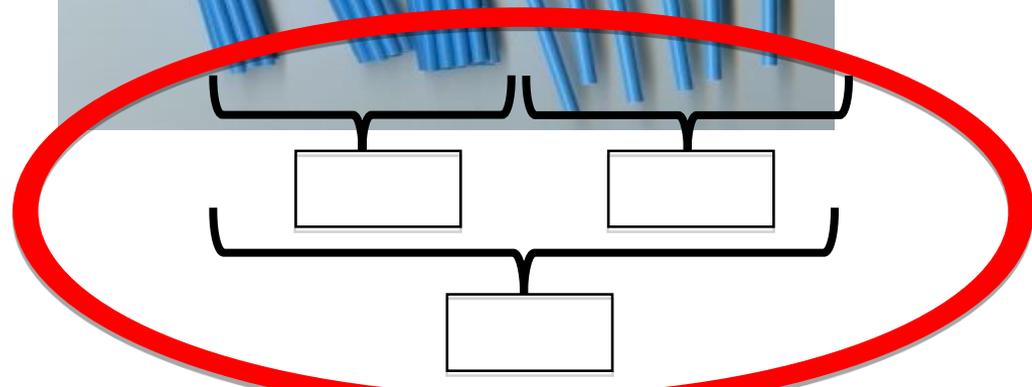
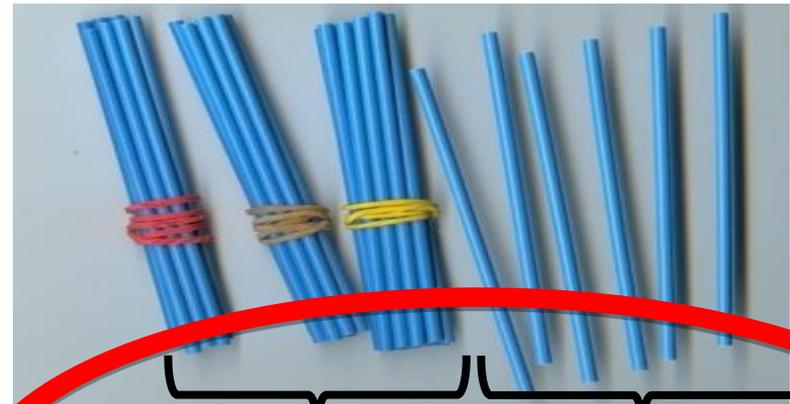
A

# ...non solo calcolo!

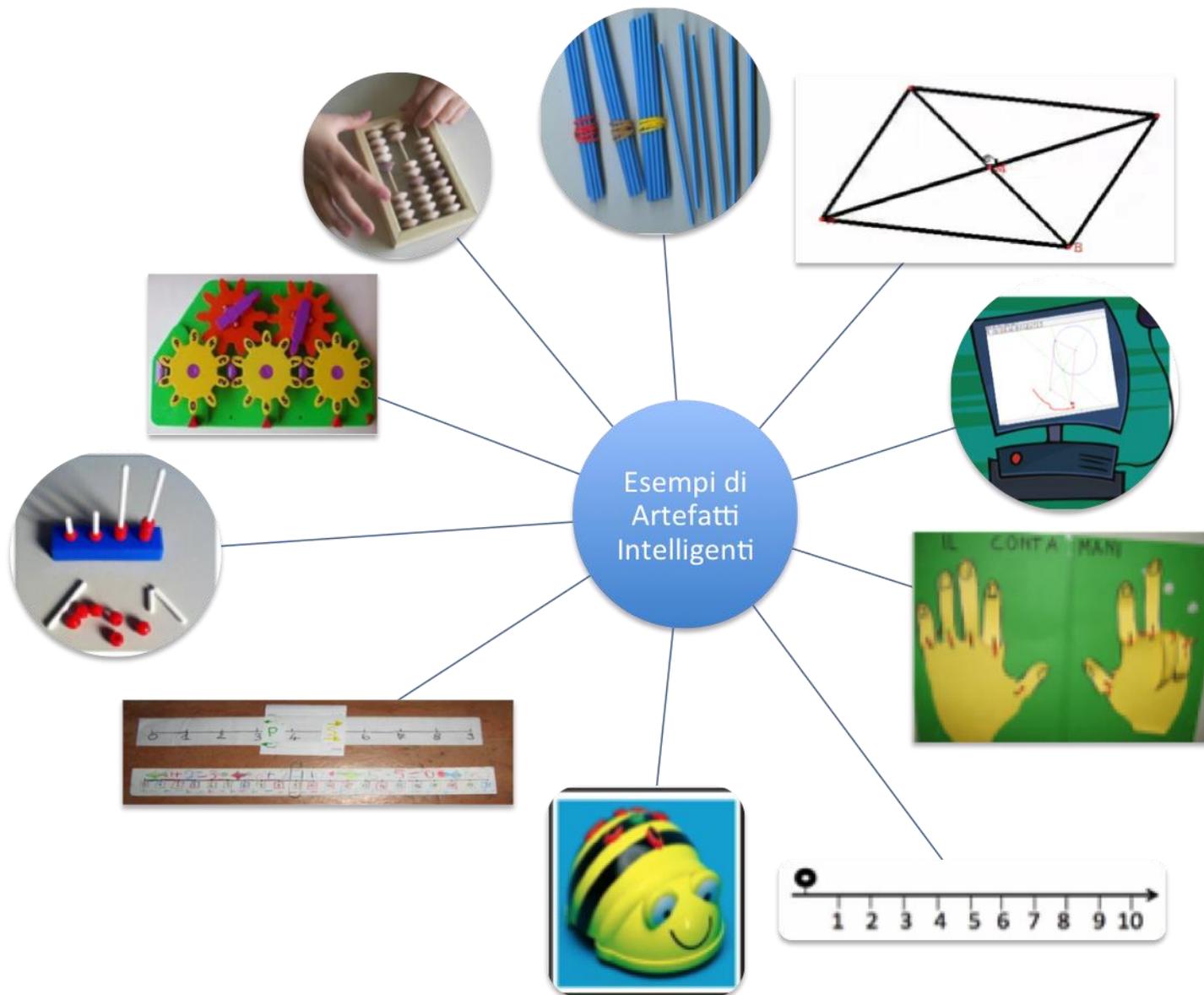


Dunque, in didattica della matematica...

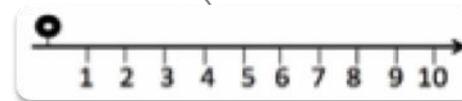
Possiamo proporre  
artefatti che offrono  
rappresentazioni  
particolarmente efficaci



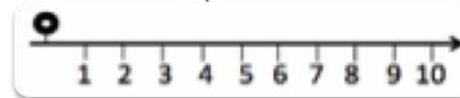
# Li chiameremo “artefatti intelligenti”



Consentono di utilizzare soprattutto i canali visivo e cinestetico, e facendo riferimento al dominio specifico appropriato (spesso non è quello visivo-verbale!)



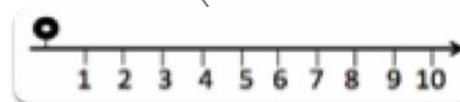
...e di “leggere” da come gli studenti usano un artefatto (schemi d’uso) i loro schemi cognitivi/modi di pensare/sapere sviluppato.



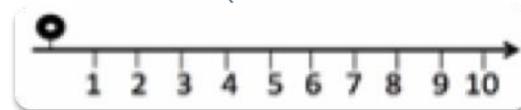
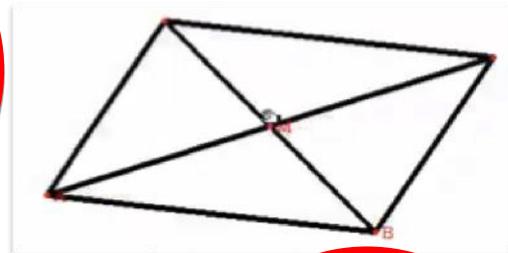
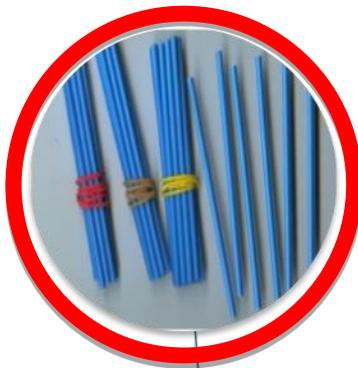
Come sempre dobbiamo  
usarli scegliendo quale  
rappresentazione  
introdurre e quando.



Esempi di  
Artefatti  
Intelligenti



Esempi di  
Artefatti  
Intelligenti



# Contare

Esperienze in continuità  
con la scuola dell'infanzia



(salta continuità scuola infanzia)

# Gli artefatti anche prima della scuola primaria (continuità)

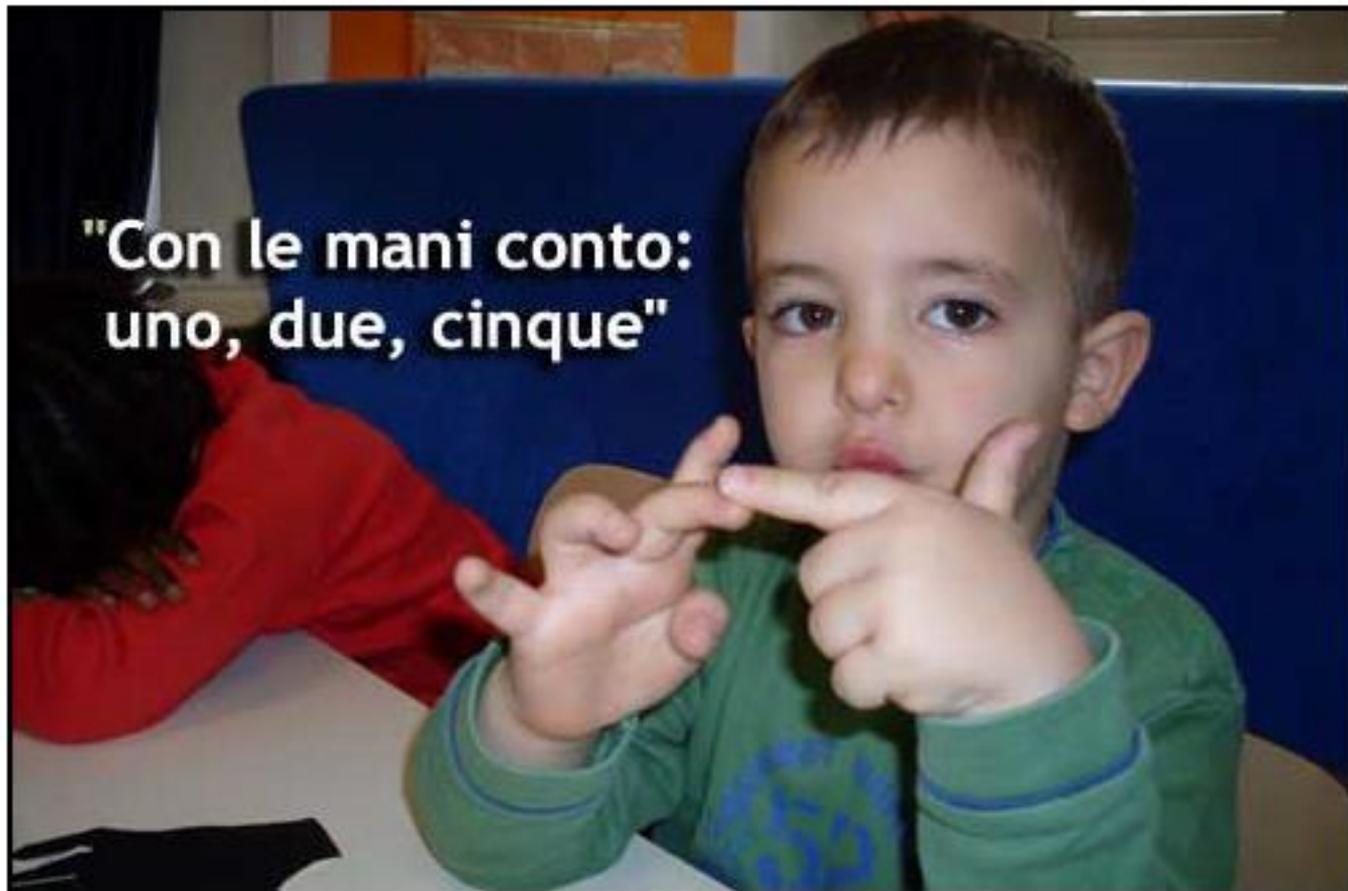
## Un grande pallottoliere per contare

(<http://memoesperienze.comune.modena.it/bambini/index.htm>)



# Gli artefatti anche prima della scuola primaria (continuità)

## Le mani

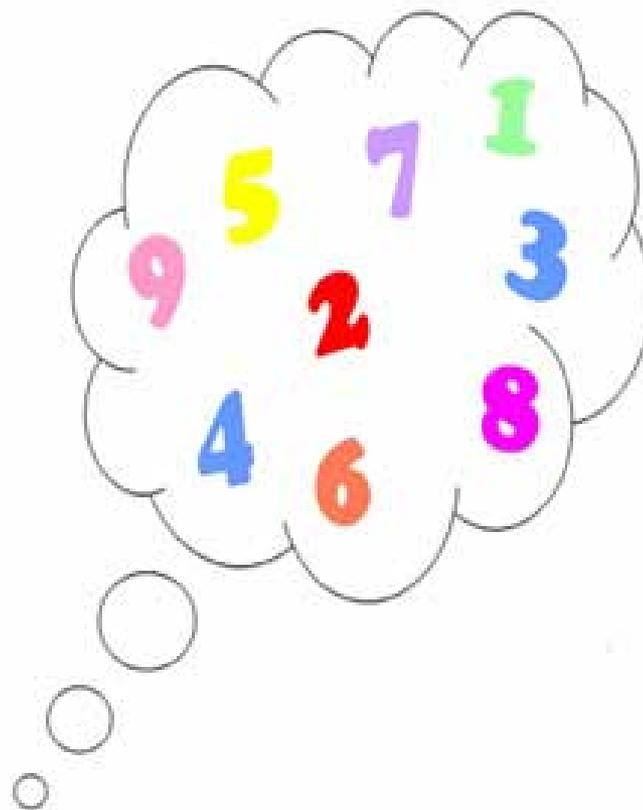


# Gli artefatti anche prima della scuola primaria (continuità)

## LE MANI: OSTACOLO O AIUTO?

L'operare a livello concreto con le mani non ostacola la formazione del concetto matematico.

Gli studi di Brian Butterworth nell'ambito delle neuroscienze scoprono che l'area corticale deputata per il movimento delle dita è parzialmente sovrapposta alla regione del cervello attivata durante l'elaborazione dei numeri.



# Sono sempre tre!



L'**artefatto** (mani) è lo stesso  
Lo schema d'uso è diverso

I bambini “costruiscono”  
**strumenti diversi**

# Gli artefatti anche prima della scuola primaria (continuità)

## Le cannucce



# La Tecnologia Multi-Touch per sviluppare la nozione di Numero Naturale

Obiettivi del percorso:

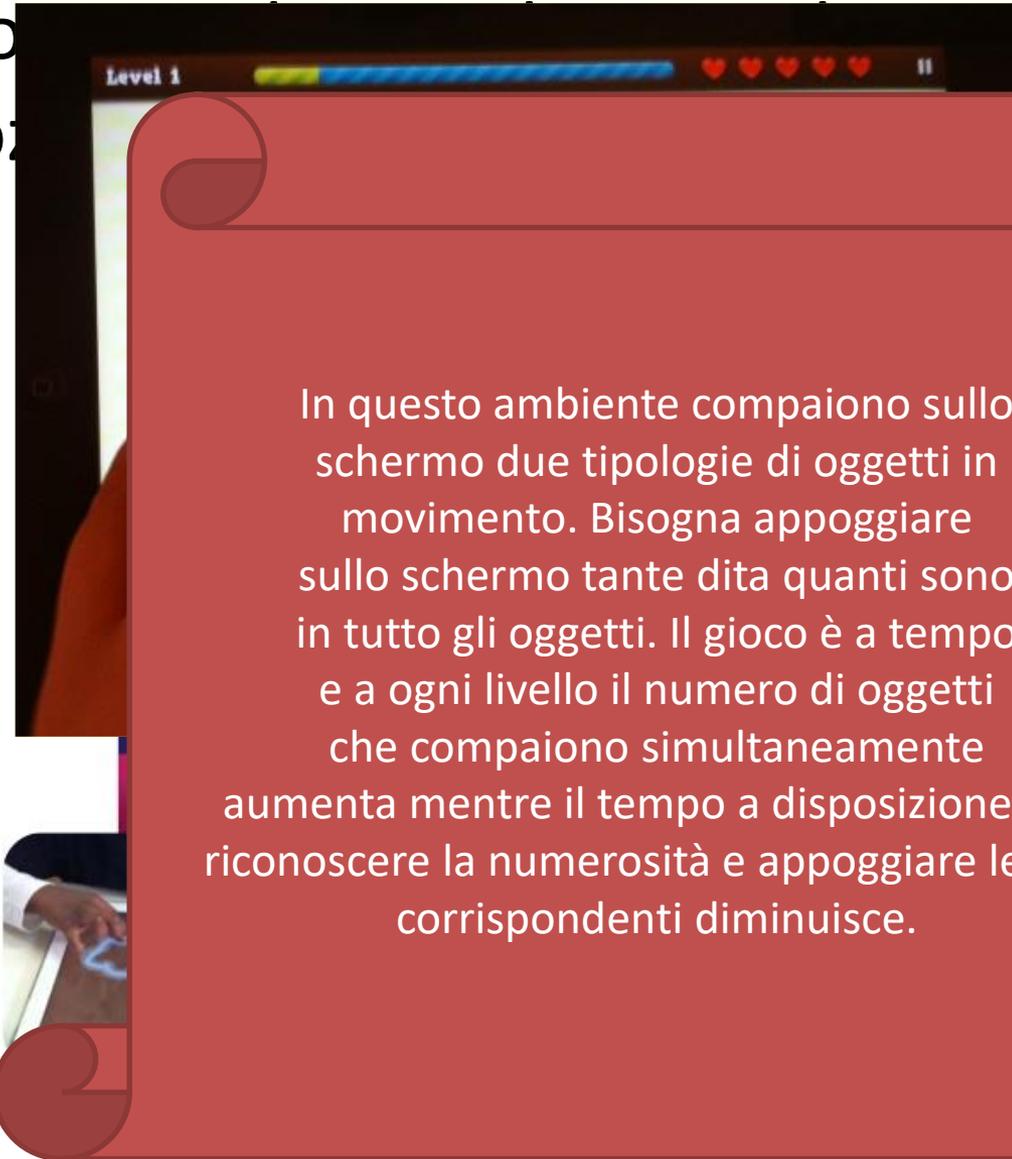
1. Favorire lo sviluppo di abilità componenti rispetto al “senso del numero”
  - a. Subitizing
  - b. Abilità motorie fini (tapping & tracing)
  - c. Gnosia digitale
2. Migliorare la capacità di rappresentare una numerosità con le dita
3. Promuovere l'evoluzione di strategie di conteggio

# La Tecnologia Multi-Touch per sviluppare la nozione di Numero Naturale



Lo scopo del gioco è far andare via la coccinella dalla foglia:  
Questo succede quando vengono appoggiate sullo schermo, in una posizione qualsiasi, il numero di dita corrispondenti ai punti sulla schiena della coccinella.

# La Tecnologia e la no



In questo ambiente compaiono sullo schermo due tipologie di oggetti in movimento. Bisogna appoggiare sullo schermo tante dita quanti sono in tutto gli oggetti. Il gioco è a tempo e a ogni livello il numero di oggetti che compaiono simultaneamente aumenta mentre il tempo a disposizione per riconoscere la numerosità e appoggiare le dita corrispondenti diminuisce.

# La Tecnologia Multi-Touch per sviluppare la Lettera Naturale

Questo applicativo propone diverse figure e percorsi da tracciare con le dita. Viene chiesto al bambino di tracciarne tre con tre dita (indice, medio, anulare della mano dominante)



# Il Protocollo

- I bambini sono stati suddivisi inizialmente in gruppi di cinque ciascuno. Durante il potenziamento alcuni gruppi sono stati divisi ulteriormente ed abbiamo lavorato così con due/tre bambini alla volta.
- I gruppi lavorano per circa 15 minuti e durante la sessione si lavora con due applicazioni: LBC+LW o LBC+F. Ogni giorno di potenziamento si lavora con tutti i bambini.
- La successione delle attività è stata:

DISEGNO DELLA MANO

INTERVISTE INIZIALI

LBC-LW-LBC-F

LBC-LW-LBC-F

LBC-F

DISEGNO DELLA MANO

INTERVISTE FINALI

«DEVI USARE DUE MANI!»  
«TI SPIEGO COME SI FA:VEDI LA  
FRUTTA E DEVI METTERE LE  
DITA DI QUANT'è. HAI CAPITO?»

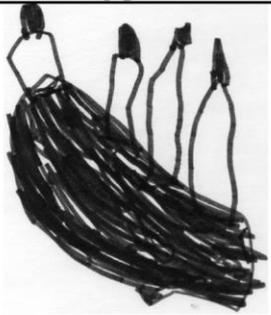
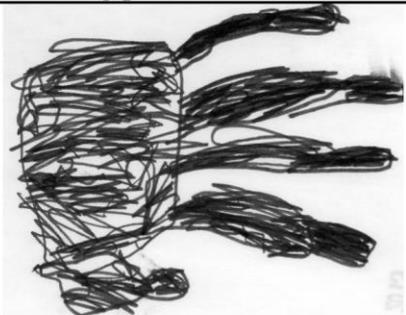
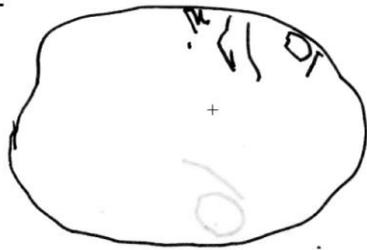
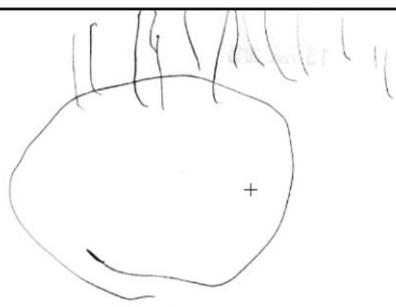
«PROVIAMO A CONTARE PRIMA  
QUESTE PALLINE E POI CONTI  
LE TUE DITA. VEDIAMO QUANTE  
SONO?»



Veniva  
promossa la  
collaborazione  
mediata  
dall'insegnante

# Risultati

- Miglioramenti nelle rappresentazioni delle mani (disegni)

	Drawing pre-intervention	Drawing post-intervention
Child 1		
Child 2		
Child 3		

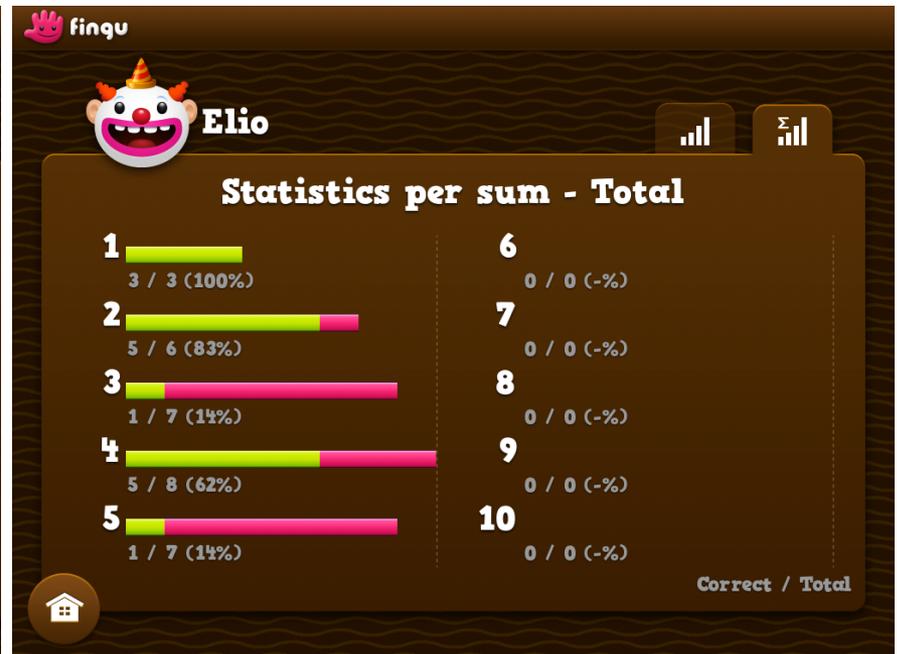
# Risultati

- Miglioramenti nelle rappresentazioni delle mani (disegni)
- Miglioramenti nelle rappresentazioni dei numeri con le dita

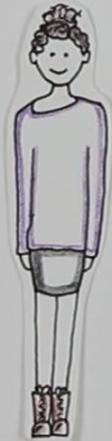


# Risultati

- Miglioramenti nelle rappresentazioni delle mani (disegni)
- Miglioramenti nelle rappresentazioni dei numeri con le dita
- Miglioramenti nelle prestazioni in Fingu



# The Numbers Touch App



**Stimare - misurare**

# Neuroscienze

La ricerca ha messo in evidenza la presenza contemporanea di:

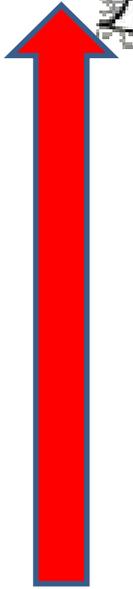
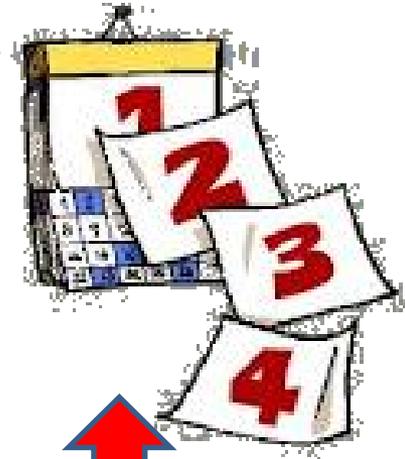
- Un sistema per rappresentare in modo approssimato grandezze numeriche anche grandi;
- Un sistema per rappresentare in modo preciso piccoli numeri di singoli oggetti.

*Questi sistemi prendono in conto le nostre intuizioni numeriche fondamentali e servono come fondamento per i concetti numerici più sofisticati che sono unicamente umani.*

Feigenson, L.; Dehaene, S. & Spelke, E. (2004)

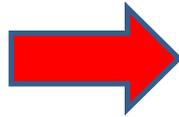
# Il tubo del tempo





futuro

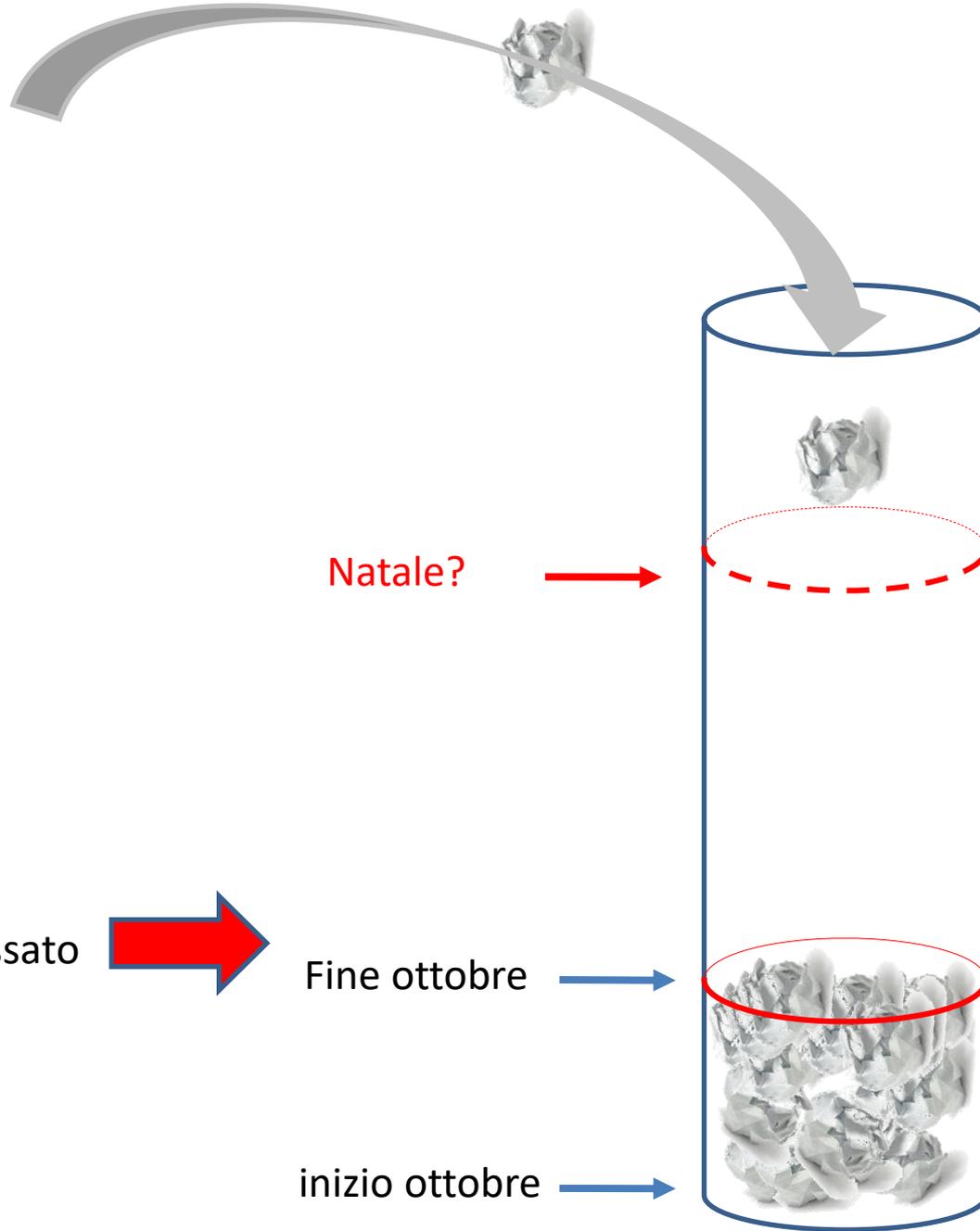
Passato



Fine ottobre

inizio ottobre

Natale?



**Leggere numeri - ordinare**

# Gli artefatti anche prima della scuola primaria (continuità)

## Il calendario - linea dei numeri

1

13



25

17

Gli artefatti anche  
prima della scuola primaria (continuità)



Il termometro - linea dei numeri

# Dunque, in didattica della matematica...

Possiamo sviluppare delle buone pratiche per sviluppare consapevolezza delle dita, mentre sviluppiamo le abilità numeriche.



# Dunque, in didattica della matematica...

E “leggere” dai modi in cui  
gli studenti usano le mani  
gli schemi che hanno  
appropriato (oppure no).



# Come fare?

Fin dall'inizio dell'anno favorire l'uso delle dita e consentirne l'uso fino a che i bambini non lo abbandonano da soli.

Lavorare sul calcolo a mente e chiedere ai bambini di aiutarsi con le dita (e poi di immaginarselo).

Ecco alcuni esempi di attività.

# Contare sulle dita

*“Disegna le tue mani mentre contano”.*



# Giochi con le mani

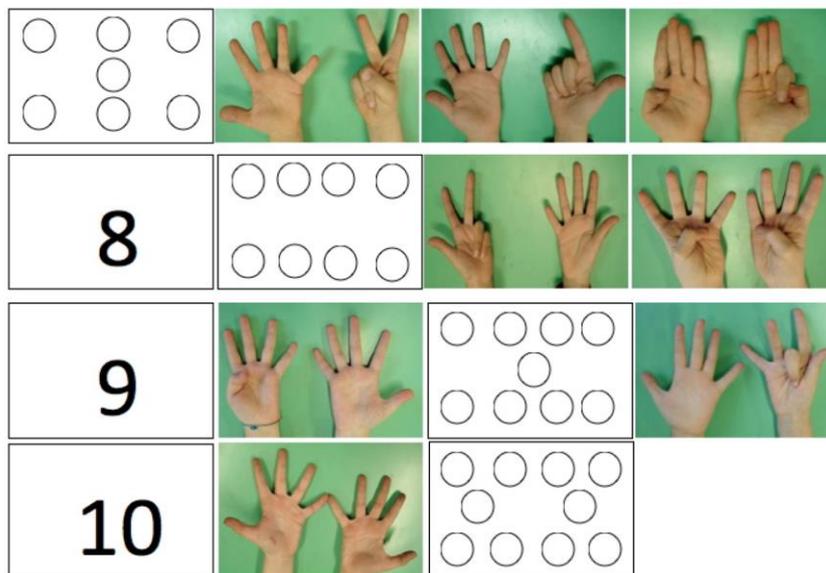
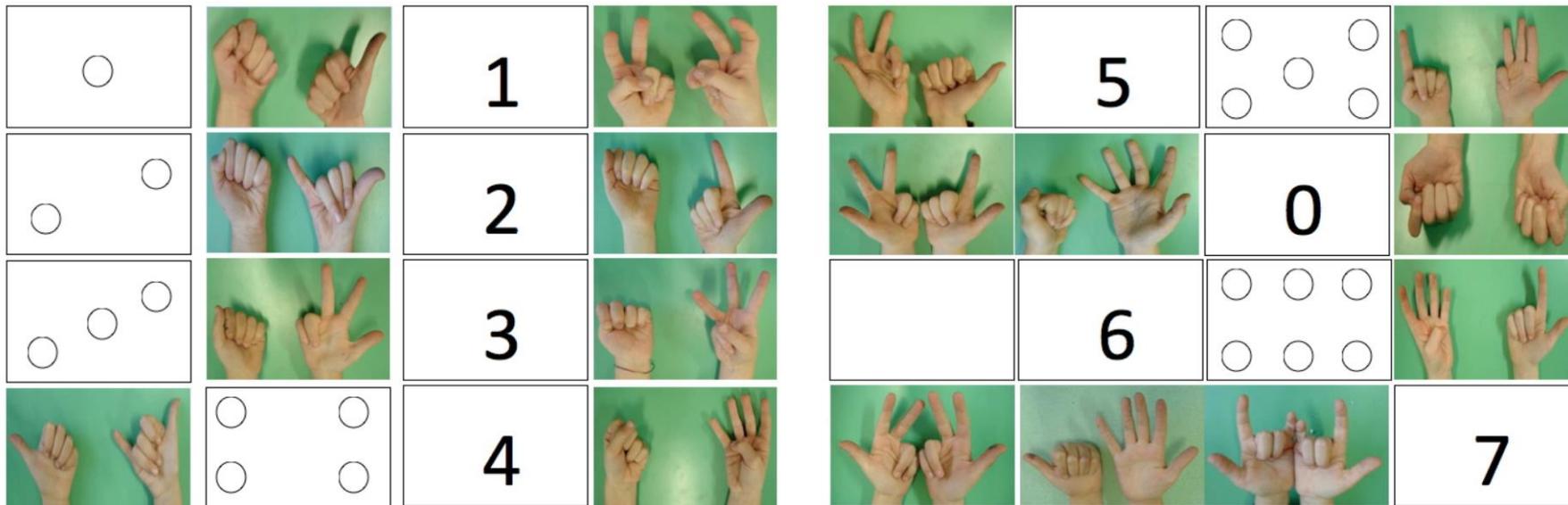
- 1) La maestra prende la linea dei numeri (1-10) grande e chiama un bambino alla volta a indicare un numero sulla linea. Gli altri bambini devono mostrare il numero corrispondente di dita.
- 2) I bambini mettono la loro linea dei numeri sul banco. La maestra tiene le mani dietro la schiena e poi mostra un numero (da 1 a 10) con le dita. I bambini devono trovare il numero sulla linea dei numeri ed indicarlo senza dire niente ad alta voce. La maestra gira a controllare.

# Giochi con le mani

3) Memory delle mani.

Disponete le carte “a faccia in giù” sul pavimento dell’aula e fate sedere i bambini in cerchio. A turno ogni bambino può girare due carte e se sono una “coppia” (cioè diverse rappresentazioni dello stesso numero) toglie la coppia dal pavimento e la tiene nel proprio mucchietto.

Se la classe è molto numerosa (come quasi tutte) conviene fare due o più copie delle carte da gioco e dividere i bambini in piccoli gruppi. Il gioco può anche essere messo a disposizione durante l’intervallo o nei momenti in cui i bambini possono scegliere quali giochi fare autonomamente.



# Conta Mani



# Conta Mani

- Ricalcare la propria mano destra e poi sinistra sul cartoncino [i bambini potrebbero aver bisogno di aiuto dal compagno per ricalcare la mano con cui sono abituati a scrivere].
- Ritagliare le mani ricalcate.
- Colorare le mani ricalcate facendo attenzione a differenziare il palmo dal lato con le unghie.
- piegare le dita delle mani costruite come per “chiudere” il pugno in modo che rimanga una piega tra l’attacco del dito al palmo e il palmo.
- Quando si usano i contamani, attaccare un piccolo gommino adesivo sotto a ciascun dito in modo che si attacchi al palmo quando viene abbassato.

# Mani e Conta Mani



Questa bambina ha costruito due volte la stessa mano anziché una mano destra e una sinistra.

A parte questo, le mani di cartoncino, che chiamiamo “contamani” sono realizzate correttamente, incluse le pieghe tra le dita e i palmi.

# Giochiamo con il Conta Mani

La maestra dice un numero e i bambini devono posizionare correttamente i contamani (abbassando le dita che non servono per rappresentare il numero (da 1 a 10)).  
[oppure si può partire dalla configurazione di “tutte le dita abbassate”]

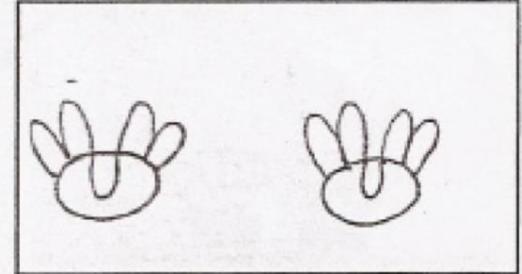
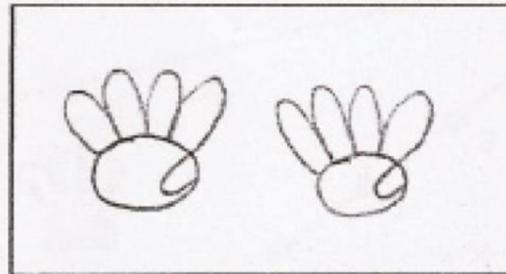
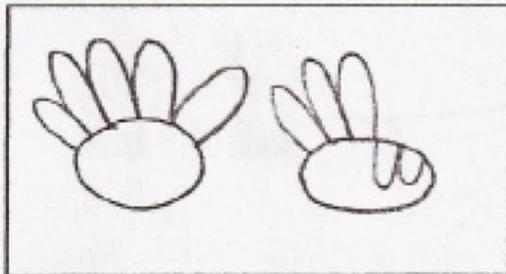
# Giochiamo con il Conta Mani

Consegnare una scheda di lavoro con le seguenti attività:

a) Questa bambina ha rappresentato 8 con il contamani: tutti i disegni rappresentano il numero 8? Se pensi ci sia un errore cerchialo e correggilo.

SI

NO

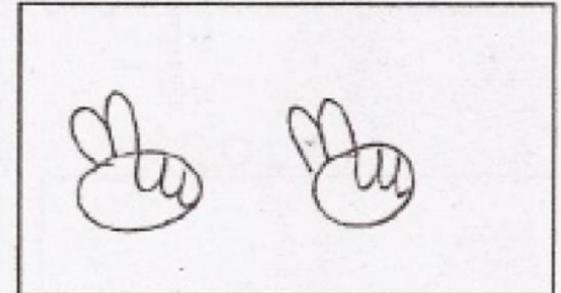
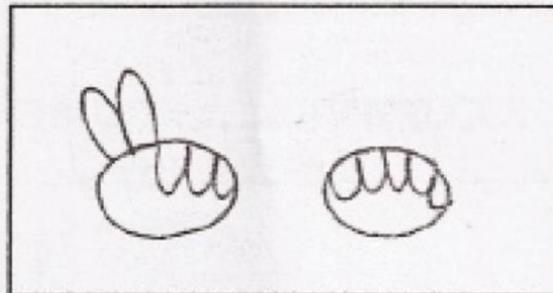
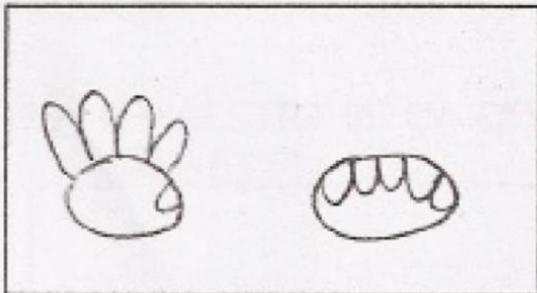


# Giochiamo con il Conta Mani

b) Questa bambina ha rappresentato 4 con il contamani: tutti i disegni rappresentano il numero 4? Se pensi ci sia un errore cerchialo e correggilo

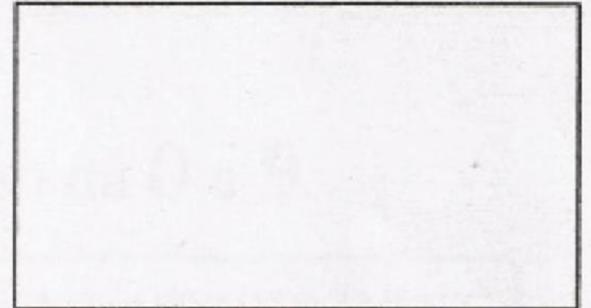
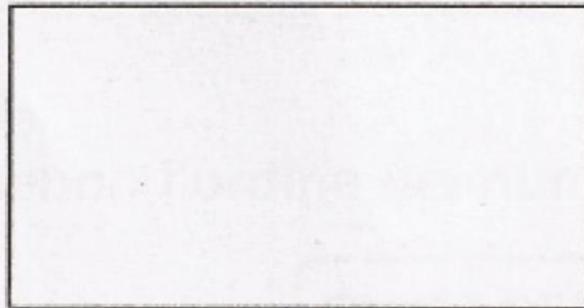
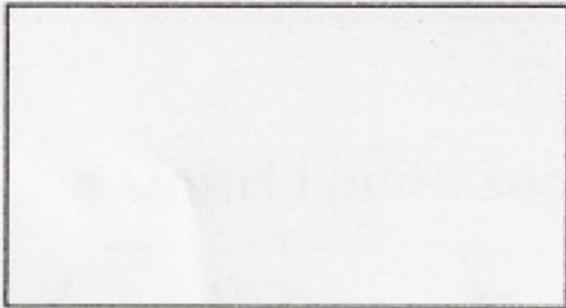
SI

NO



# Giochiamo con il Conta Mani

c) Rappresenta il 6 in diversi modi.



# Giochiamo con il Conta Mani

Chiedere ai bambini di rappresentare vari numeri compresi tra 5 e 10, usando le seguenti modalità:

- a) dicendo un **numero a voce** (per esempio “sette”)
- b) **mostrando un numero sulla linea dei numeri** di classe, evidenziandolo con la finestra scorrevole.

Ciascun bambino dal posto deve **posizionare il proprio contamani** in modo da rappresentare il numero scelto dall'insegnante (a turno si possono anche chiamare fuori dei bambini che “diano i numeri”).

# Giochiamo con il Conta Mani

Usare quest'attività per riflettere su:

*Qual è il modo più veloce di rappresentare questi numeri con i contamani?*

Far riflettere i bambini sulle strategie che hanno usato.

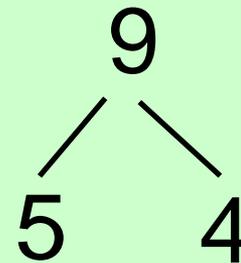
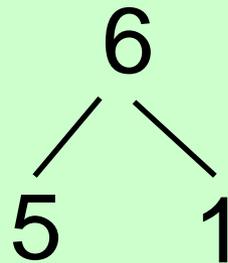
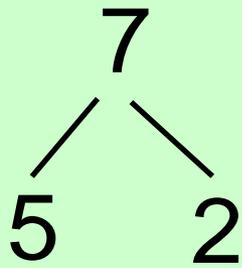
# Giochiamo con il Conta Mani

è utile lasciare alzate tutte le dita di una mano, cioè 5, per poi aggiustare soltanto le dita dell'altra mano.



# Giochiamo con il Conta Mani

In questo modo i numeri vengono scomposti, per esempio, così:



# Giochiamo con il Conta Mani

Se il 10 è riconosciuto come configurazione “base” con le dita tutte su, potrebbero emergere anche strategie come:

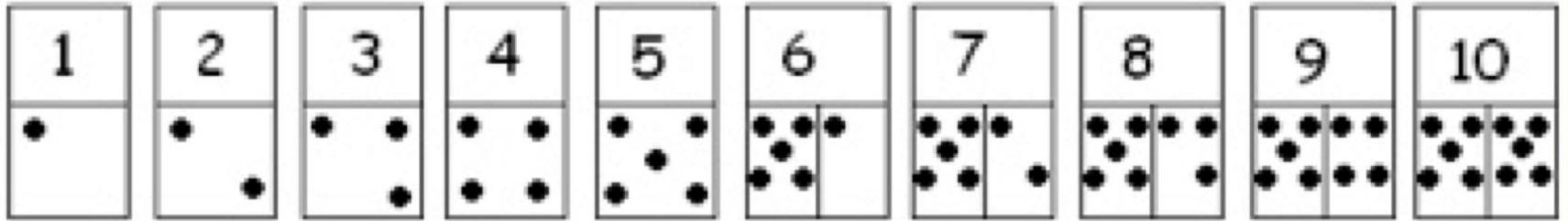
$$\begin{array}{c} 8 \\ / \quad \backslash \\ 5 \quad 5-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 9 \\ / \quad \backslash \\ 5 \quad 5-1 \end{array}$$

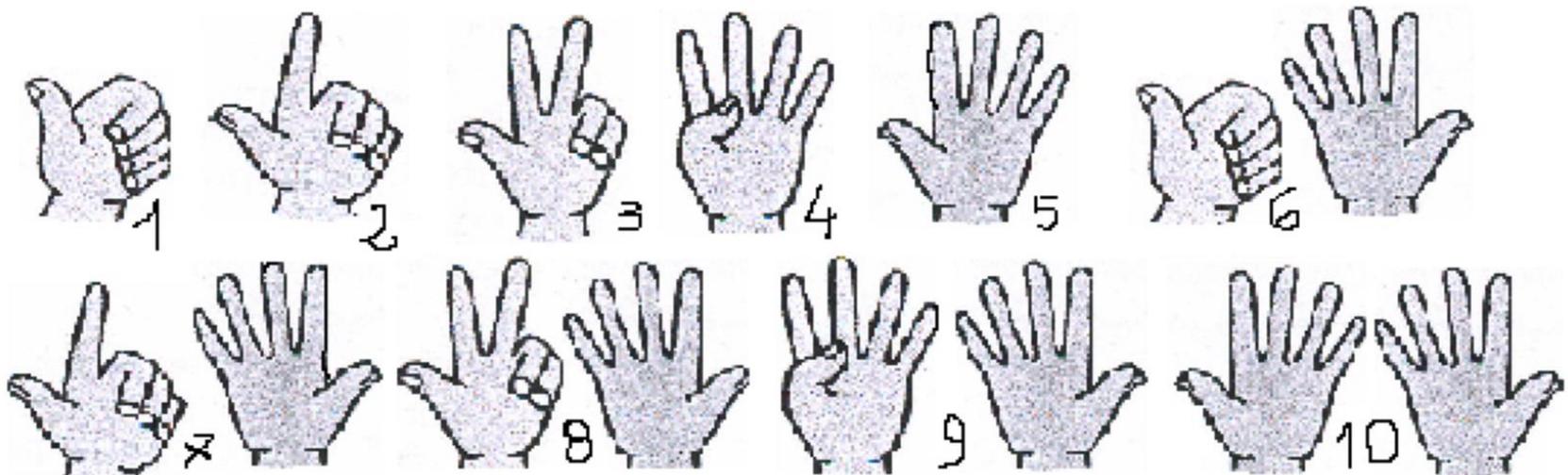


# Formalizziamo modi di pensare

Quindi possiamo pensare ai numeri così:



e facilmente rappresentarli sulle dita così:



# Formalizziamo modi di pensare



Qui si propone una variazione significativa rispetto a quanto evidenziato in precedenza, che dovrebbe corrispondere ad un'evoluzione cognitiva.

Ora si sta facendo esplicitare ai bambini quella che loro dovrebbero aver costruito e conquistato come **nuovo modo di pensare**, più evoluto:

ora *quali* dita si alzano è importante per economia di pensiero.

# Formalizziamo modi di pensare



Non è *sbagliato* quello che i bambini facevano prima e può darsi che alcuni vorranno usare modi di pensare meno evoluti, ma

aiutare chi ha costruito nuovi modi di pensare più economici ad esplicitarli può essere utile per il resto della classe.

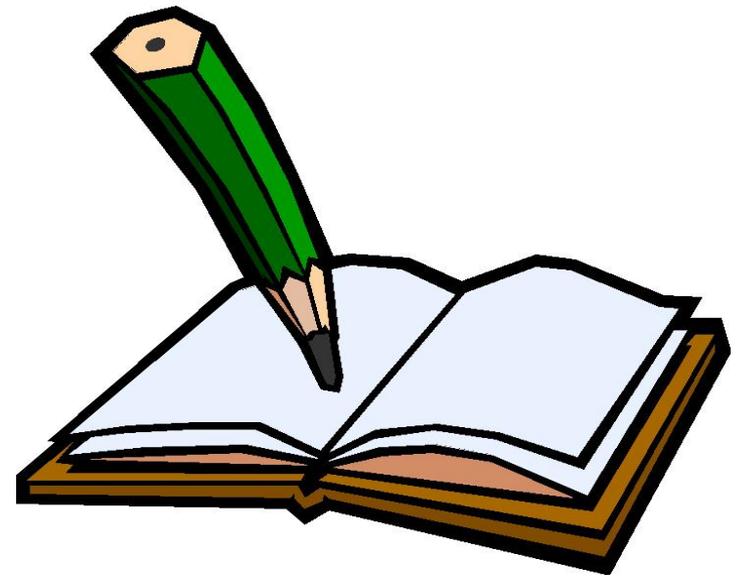
L'aspetto *metacognitivo* di questo tipo di attività è fondamentale e importante da curare durante tutto l'anno scolastico.

# Formalizziamo modi di pensare

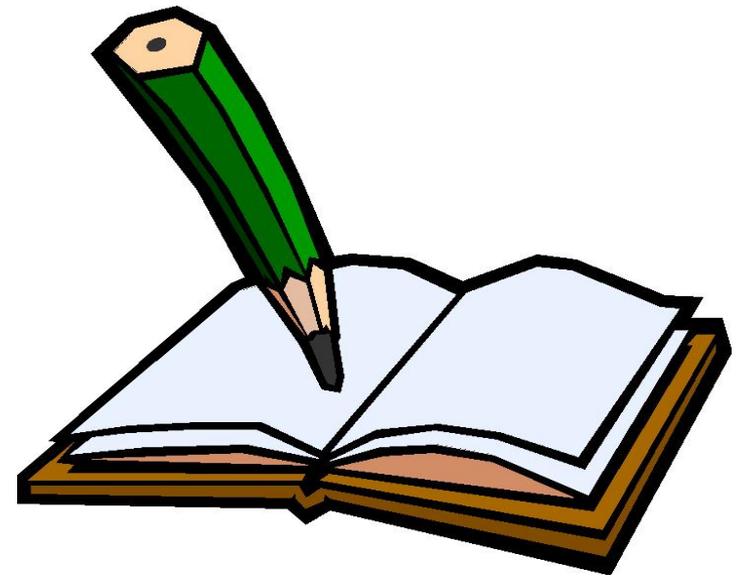
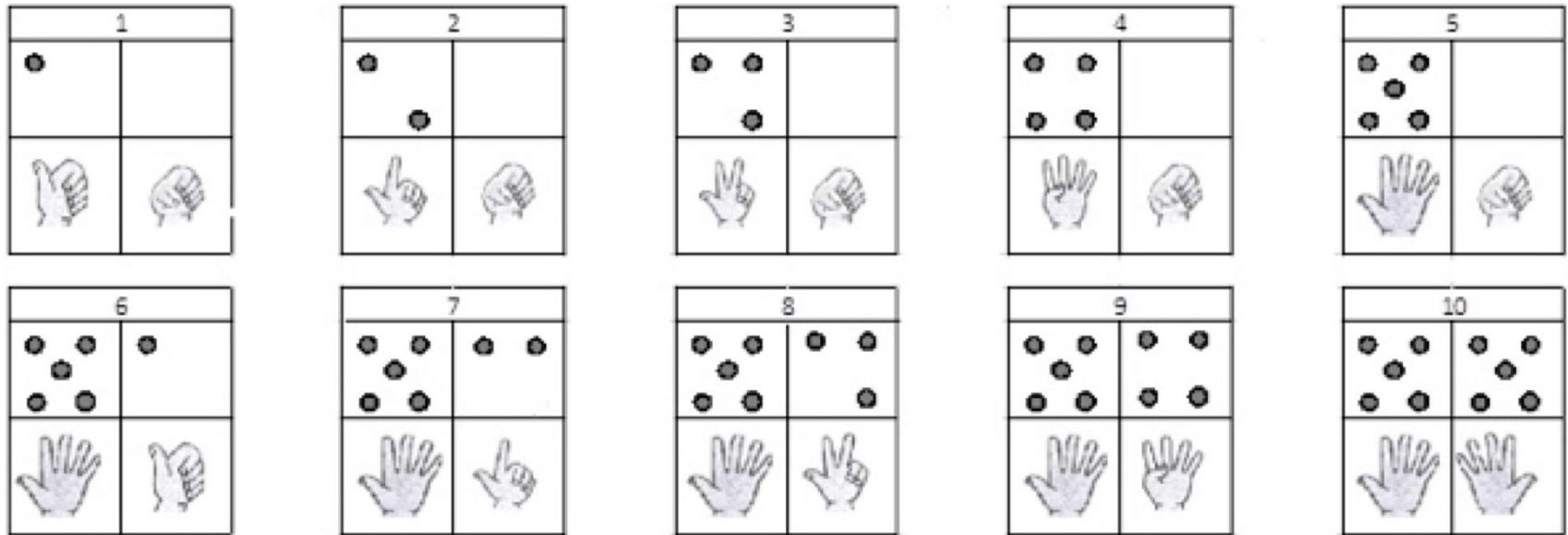
Oggi ci siamo chiesti

**Qual è il modo più veloce di rappresentare i numeri con il contamani?**

Dalla discussione con i nostri compagni è emerso che possiamo rappresentare i numeri così:



# Formalizziamo modi di pensare



# Formalizziamo modi di pensare

Abbiamo scoperto che se vogliamo contare con il contamani, ad esempio 7, è utile lasciare alzate tutte le dita di una mano, cioè 5, per poi aggiustare le dita dell'altra mano, in questo caso alzando 2 dita. Questo è utile in particolar modo per i numeri 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Questi numeri sono formati da:

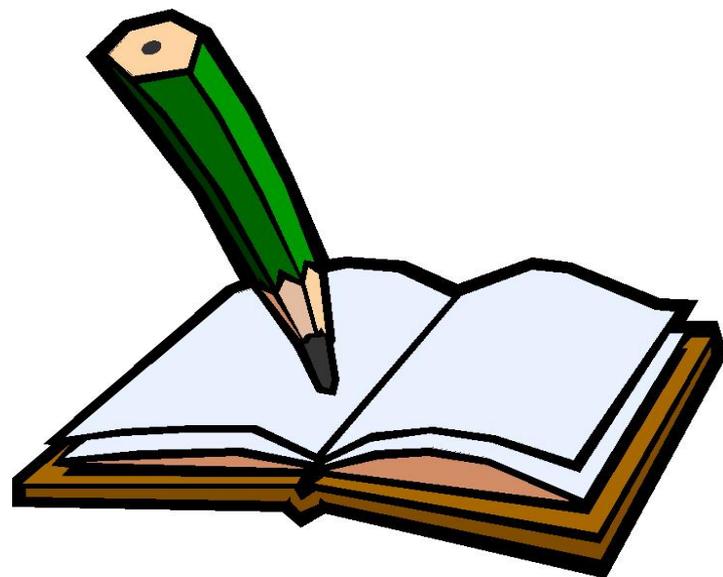
$6 \rightarrow 5 \text{ E } 1$

$7 \rightarrow 5 \text{ E } 2$

$8 \rightarrow 5 \text{ E } 3$

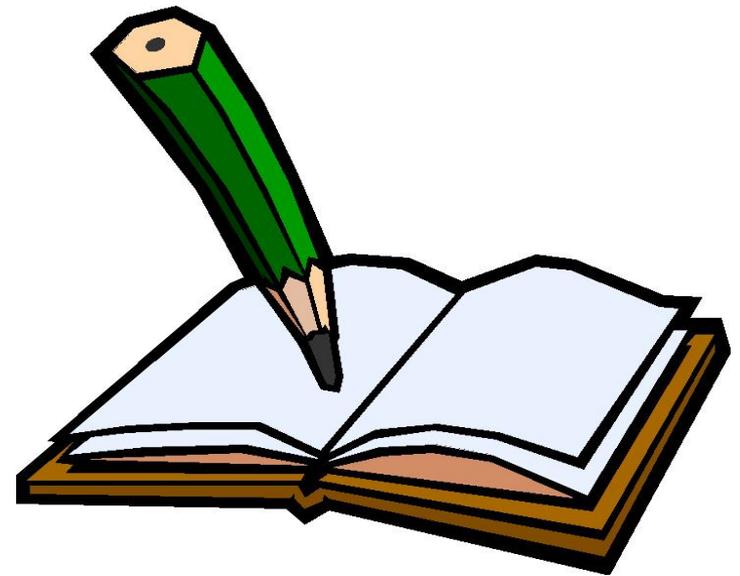
$9 \rightarrow 5 \text{ E } 4$

$10 \rightarrow 5 \text{ E } 5$



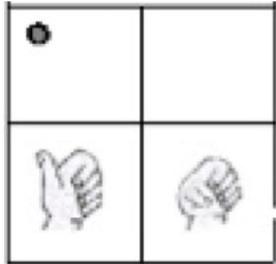
# Formalizziamo modi di pensare

Di solito partiamo con il contamani azzerato. **E se invece il contamani avesse tutte le dita alzate?**

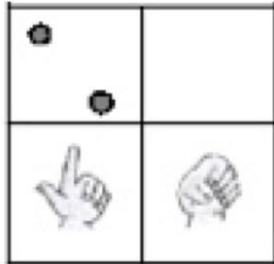


# Formalizziamo modi di pensare

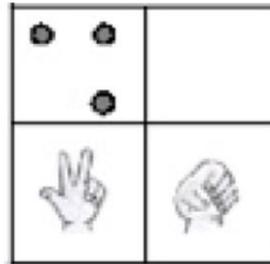
abbasso 9



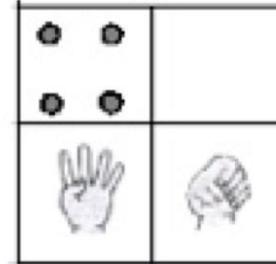
abbasso 8



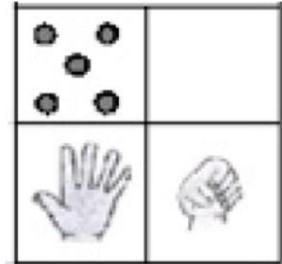
abbasso 7



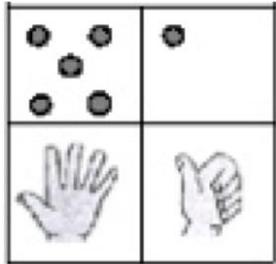
abbasso 6



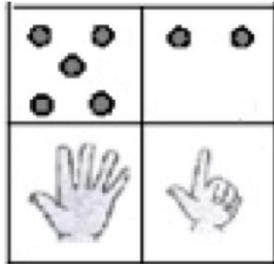
abbasso 5



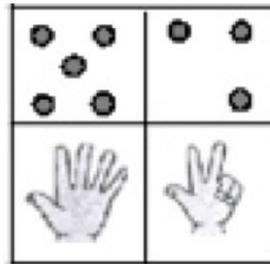
abbasso 4



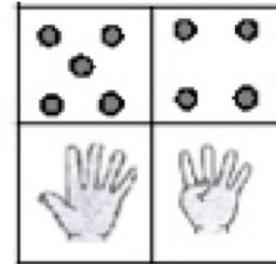
abbasso 3



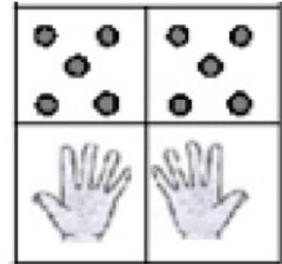
abbasso 2



abbasso 1



non abbasso



# Formalizziamo modi di pensare

Per essere veloci con il conta mani:

1 → 5 ABBASSO 4 E ABBASSO 5

2 → 5 ABBASSO 3 E ABBASSO 5

3 → 5 ABBASSO 2 E ABBASSO 5

4 → 5 ABBASSO 1 E ABBASSO 5

5 → 5 E 5 ABBASSO 5

6 → 5 E 5 ABBASSO 4

7 → 5 E 5 ABBASSO 3

8 → 5 E 5 ABBASSO 2

9 → 5 E 5 ABBASSO 1

10 → 5 E 5 (NON ABBASSO)

*oppure* 10 ABBASSO 5

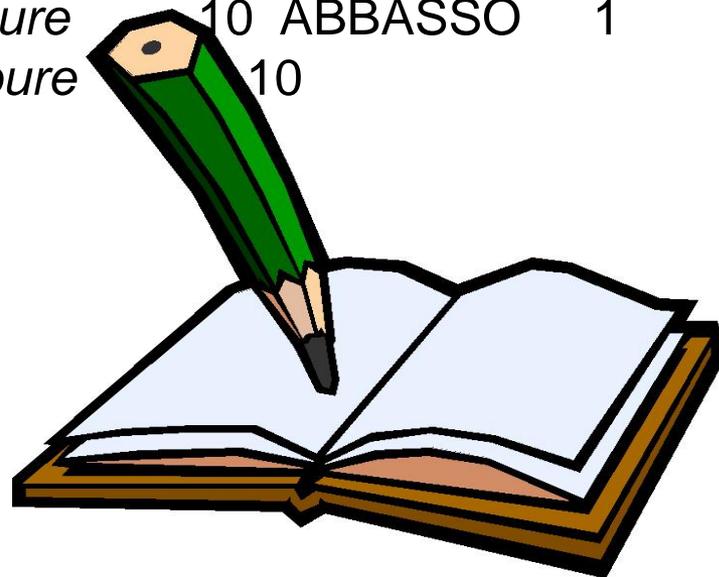
*oppure* 10 ABBASSO 4

*oppure* 10 ABBASSO 3

*oppure* 10 ABBASSO 2

*oppure* 10 ABBASSO 1

*oppure* 10



# Giochi con le mani

Mettendo le mani dietro la schiena la maestra dice:

Ho tre dita sollevate, quante non sono sollevate?  
Rappresentate la situazione sul vostro contamani per rispondere

(poi la maestra fa vedere le sue mani)



# Giochi con le mani

Mettendo le mani dietro la schiena la maestra dice:

Ho le dita di una mano sollevate e ancora altre quattro dita sollevate. Che numero è?

(Alla risposta la maestra fa vedere le sue mani)



# Giochi con le mani

Mettendo le mani dietro la schiena la maestra dice:

Ora ho 4, aggiungo 5,  
quale numero trovo?  
Cosa fareste con il  
contamani?

(Alla risposta la maestra fa vedere le sue mani)



# Giochi con le mani

Quando ci mettiamo in fila per uscire all'intervallo o alla fine delle lezioni chiedo ai bambini di indovinare il numero che sto facendo con delle dita alzate e abbassate dietro la schiena, come nelle attività proposte.



# Giochi con le mani

Stamani un bambino mi ha detto che ieri sera ha giocato con la mamma all'indovina numero (come abbiamo fatto noi ieri in classe).

Un altro che in macchina, venendo a scuola, ha calcolato le addizioni con il papà.





# Mani e Contamani nel calcolo

Ho 6, aggiungo 5,  
quale numero  
trovo?



# Il Contamani nel calcolo

Come potremmo aiutarci con il contamani?



# Il Contamani nel calcolo

Usa le tue mani e il contamani  
per fare i seguenti calcoli, usando  
meno mani che puoi:

$7+4=$       $13+5=$       $5+12=$

$11+6=$       $10+8=$       $11+9=$

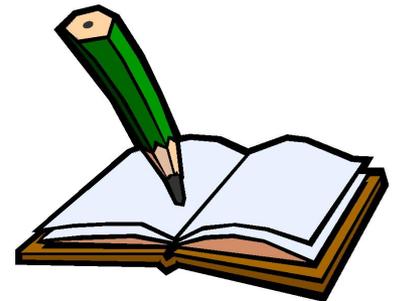
$10+10=$     $10+5=$       $11-1=$       $15-$

$3=$       $12-5=$       $20-5=$



# Calcoli con il contamani (formalizzazione sul quaderno)

“Posso usare il 5 per SCOMPORRE e COMPORRE numeri. Per esempio posso pensare a 7 come una mano (di 5) e poi 2, oppure posso pensare a 4 come una mano con un dito giù. Questo può essere utile in addizioni e sottrazioni perché posso sempre pensare ai numeri come tante mani da cinque a cui aggiungo o tolgo 1, 2, 3, 4, o 5 dita.”



## Calcoli con il contamani (composizione e scomposizione rispetto a 5)

Con esercizio i bambini dovrebbero poter calcolare, per esempio,  $8+6$  così:  
rappresentare prima 8 con una mano (prima 5 e poi 3, lasciando aperte 3 dita)  
poi 6 con l'altra mano (prima 5 e poi 1, lasciando aperto 1) in modo da memorizzare i due 5 che formano 10, poi sulle mani restano 3 e 1, che formano 4, da cui  $10 + 4 = 14$ .



# Numeri Complementari con le Cannucce

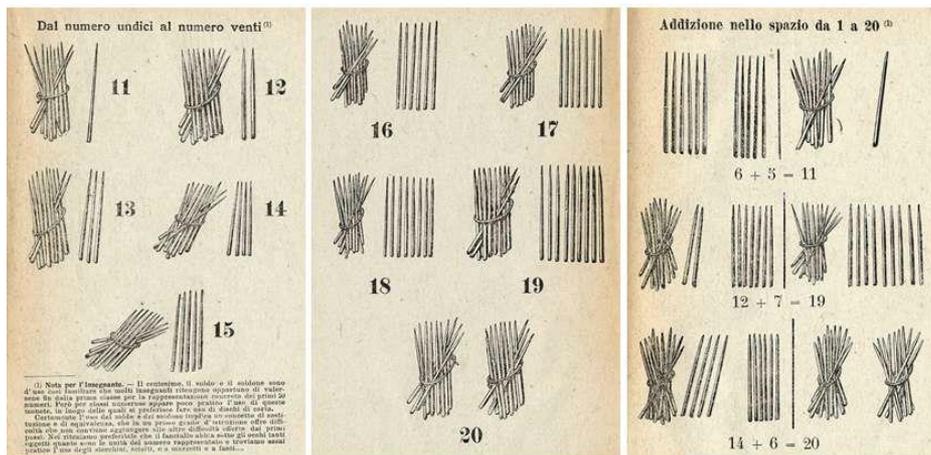
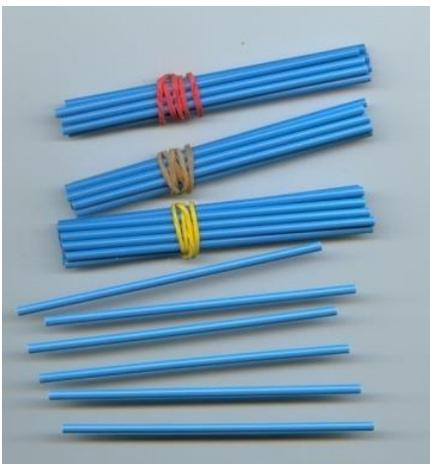


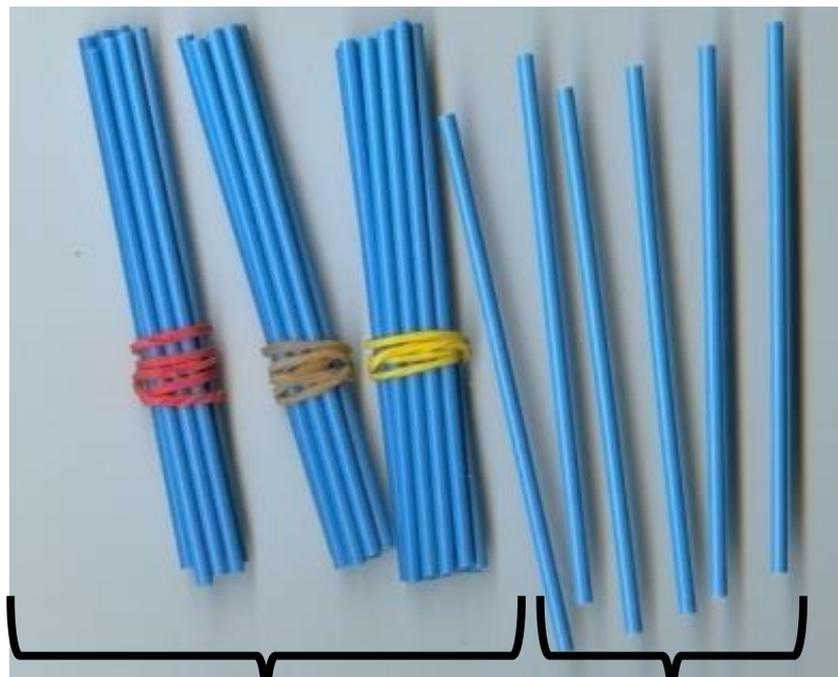
# La Costruzione di Significati Matematici attraverso l'uso di artefatti

## La Mediazione Semiotica

(Bartolini Bussi & Mariotti, 2008)

### l'esempio dei fascetti di 10 cannucce





3 dieci

6 (sparse)

30

6

3 dieci 6 - trentasei

36



$$36 - 28$$



$$36 - 28$$



$$36 - 28?$$



problema

?



Valore  
Posizionale  
nel Calcolo

$$36 - 28?$$



problema

?



Valore  
Posizionale  
nel Calcolo

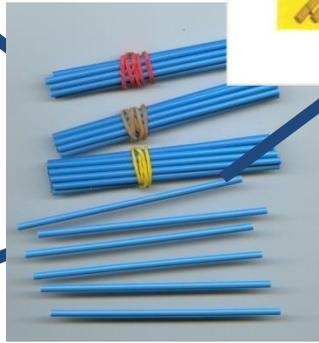


$36 - 28?$



problema

*Slego un fascetto e prendo i bastoncini che mi servono*



?



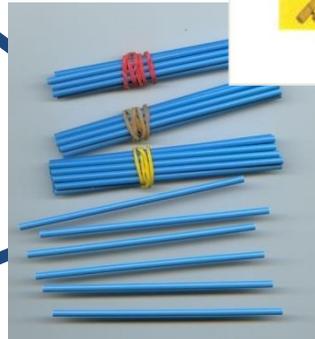
Valore Posizionale nel Calcolo

$$36 - 28?$$



problema

*Slego un fascetto e prendo i bastoncini che mi servono*



?



Valore Posizionale nel Calcolo

$$\begin{array}{r} 36 - \\ 28 = \\ \hline 8.. \\ \text{con il "prestito" di} \\ \text{una decina} \end{array}$$

$$36 - 28?$$



problema

Legar  
e  
slega  
re



?



Valore  
Posizionale  
nel Calcolo

$$\begin{array}{r} 36 - \\ \underline{28} = \\ 8.. \end{array}$$

con il  
"prestito" di  
una decina

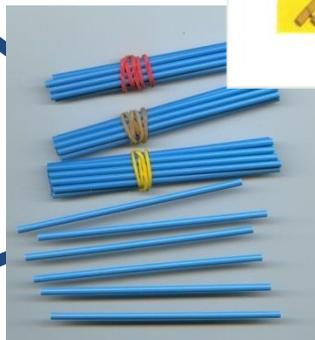
$36 - 28?$



problema

Legar  
e  
slega  
re

?



Valore  
Posizionale  
nel Calcolo

Comporre  
Scomporre

$36 -$

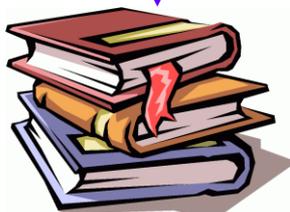
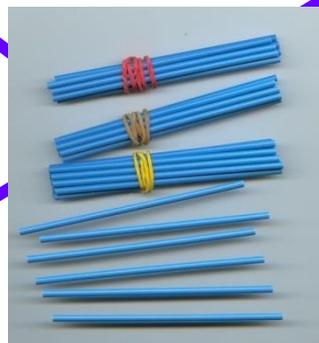
*Allievo(i)*



Produzioni  
individuali  
"Testi" situati

*Attività Semiotica*

Compito

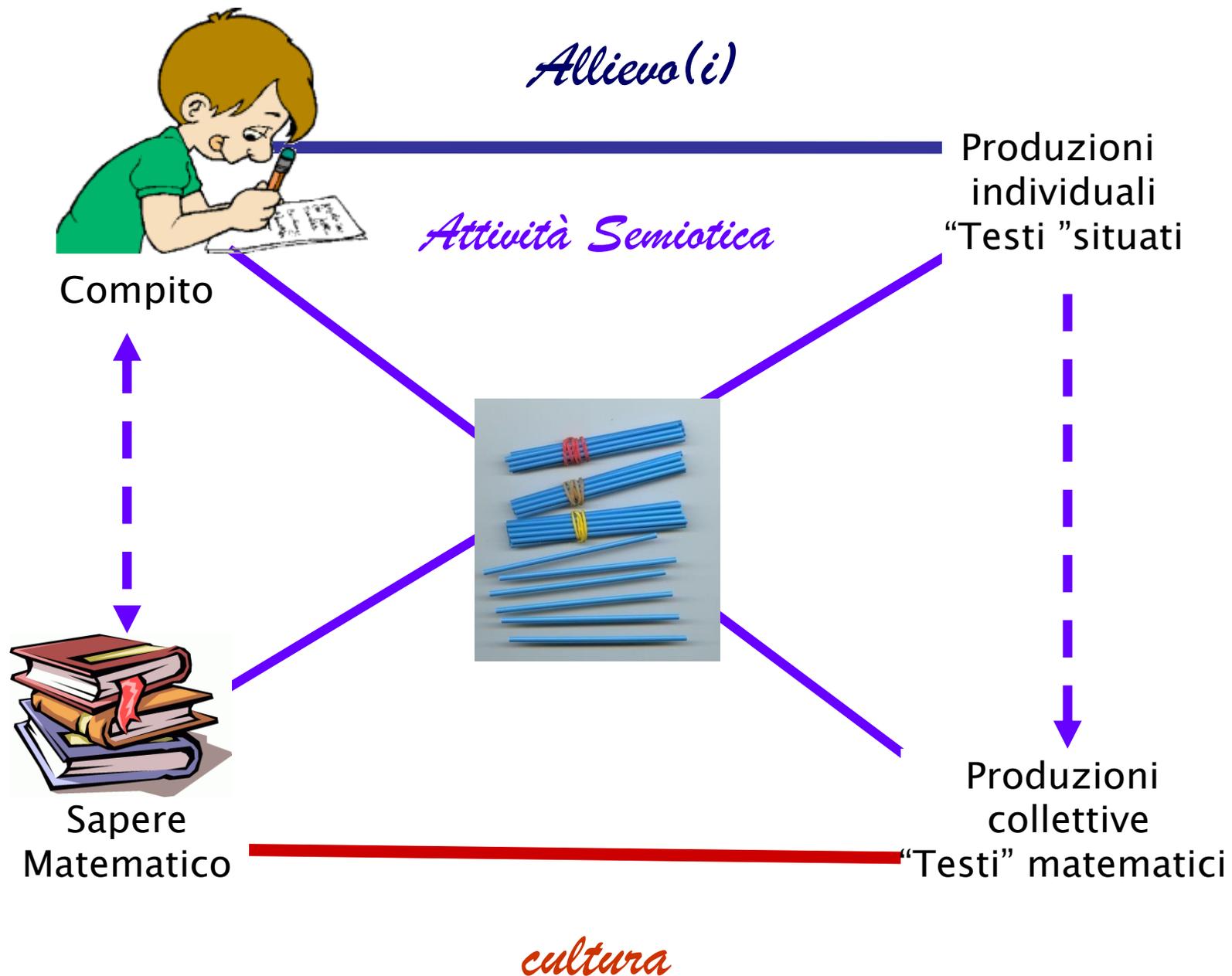


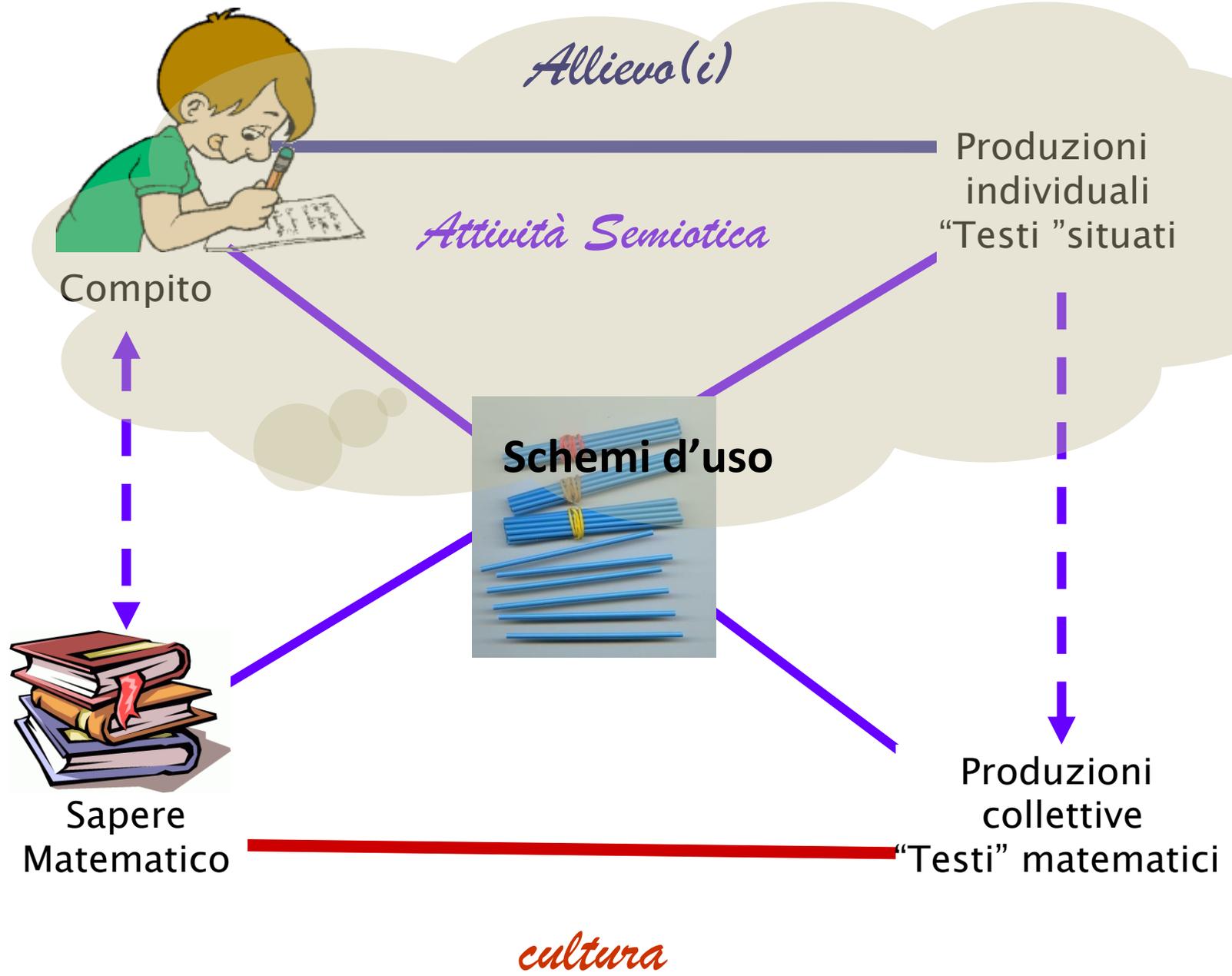
Sapere  
Matematico

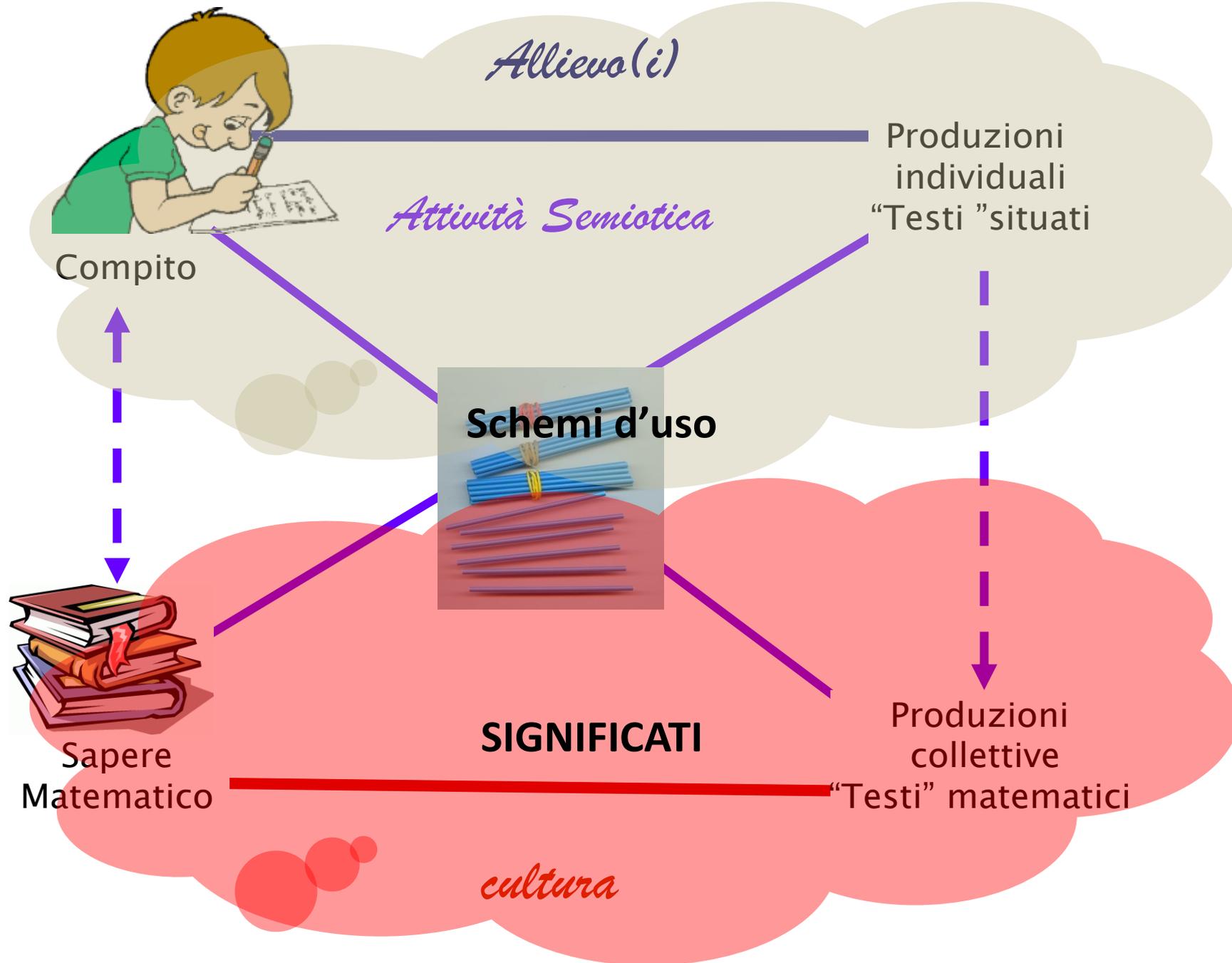
Produzioni  
collettive

"Testi" matematici

*cultura*







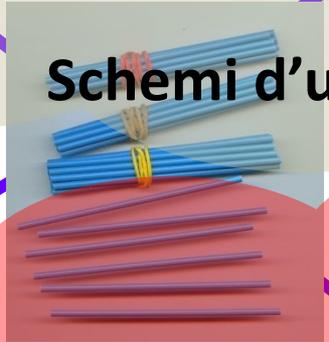
*Allievo(i)*



Produzioni individuali  
"Testi" situati

*Attività Semiotica*

Compito



**Schemi d'uso**



Sapere Matematico

**SIGNIFICATI**

Produzioni collettive  
"Testi" matematici

*cultura*

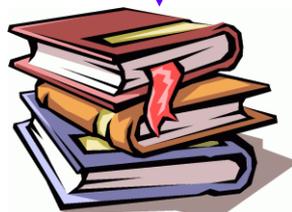
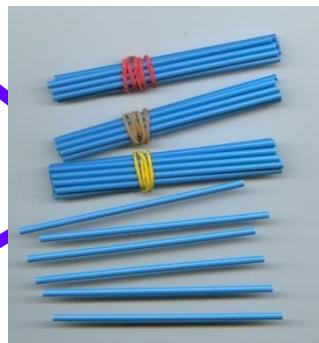
*Allievo(i)*



Compito

*Attività Semiotica*

Produzioni individuali  
"Testi" situati



Sapere  
Matematico

Ruolo  
dell'insegnante

Produzioni  
collettive

"Testi" matematici

*cultura*

# Processi di lungo termine



# Mediazione Semiotica

Guardare video:

<http://vimeo.com/41010262>

Password: BartoliniBussi2

# Perché i fascetti di cannucce sono potenzialmente un buono strumento?

- permettono all'insegnante di mettersi in relazione con importanti significati matematici, per es.:
  - la decina
  - notazione decimale
  - comporre/scomporre
- consentono di mantenere una relazione concreta con l'aspetto semantico del numero senza passare per il codice verbale o quello visivo-arabo
  - l'attività con le cannucce attiva il canale cinestetico

# Problemi semplicissimi calcoli con le cannucce



# Problemi semplicissimi calcoli con le cannucce



# Problemi semplicissimi calcoli con le cannucce



# Problemi semplicissimi calcoli con le cannuce

È già una forma di algebra

“Algebraic thinking in the early grades involves the development of ways of thinking within activities for which letter-symbolic algebra can be used as a tool but which are not exclusive to algebra and which could be engaged in **without using any letter-symbolic algebra at all**, such as, **analyzing relationships between quantities, noticing structure, studying change**, generalizing, **problem solving, modeling**, justifying, proving, and **predicting.**”



(Kieran, 2004)

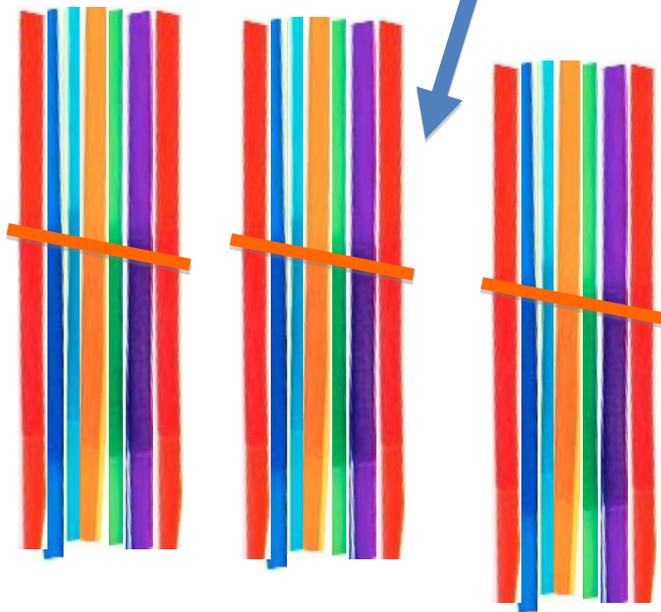
(approfondimento cannuce)

# Modello delle scatole trasparenti

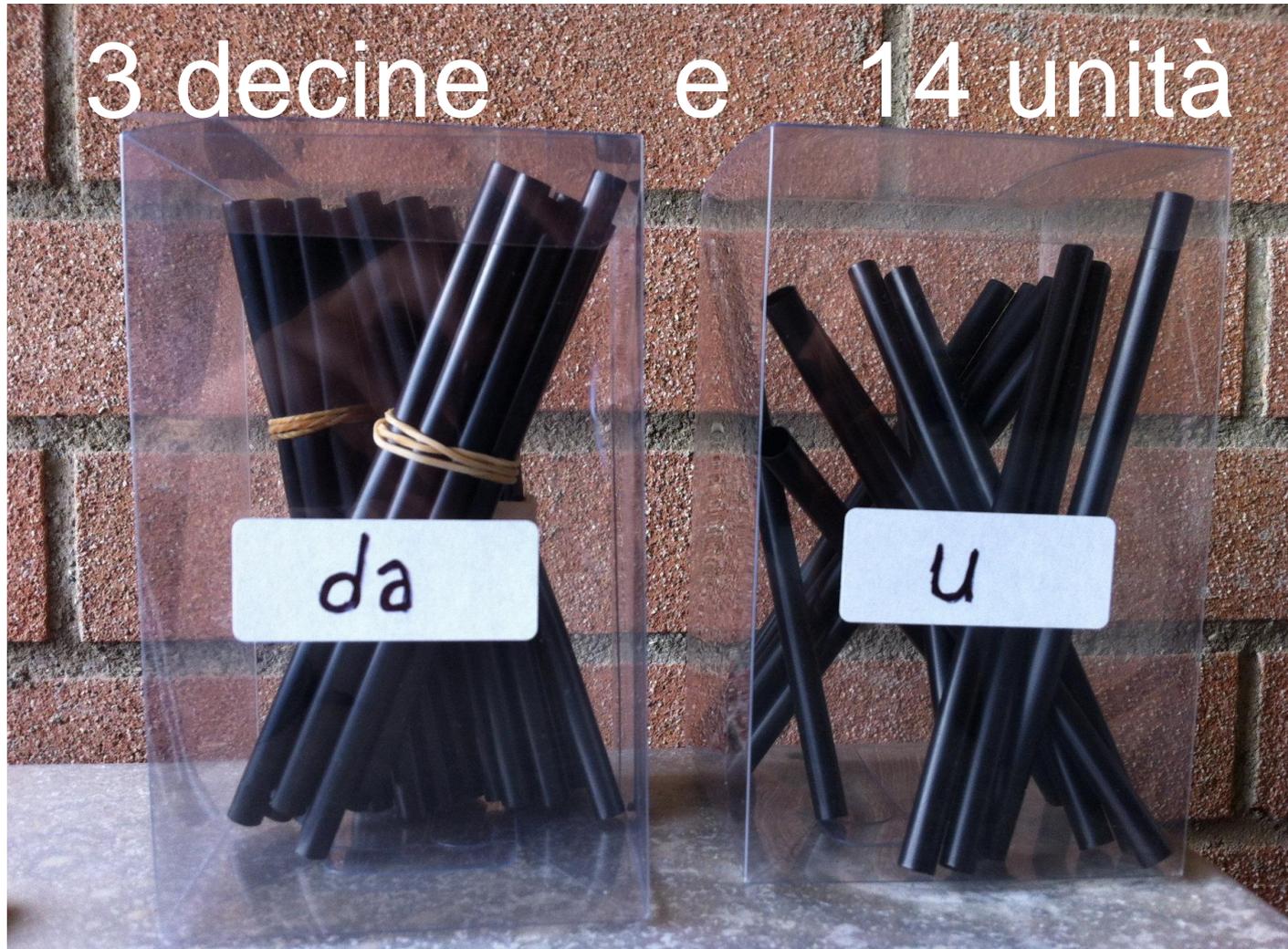
Ho tre decine e quattordici unità.  
Che numero è?

# Modello delle scatole trasparenti

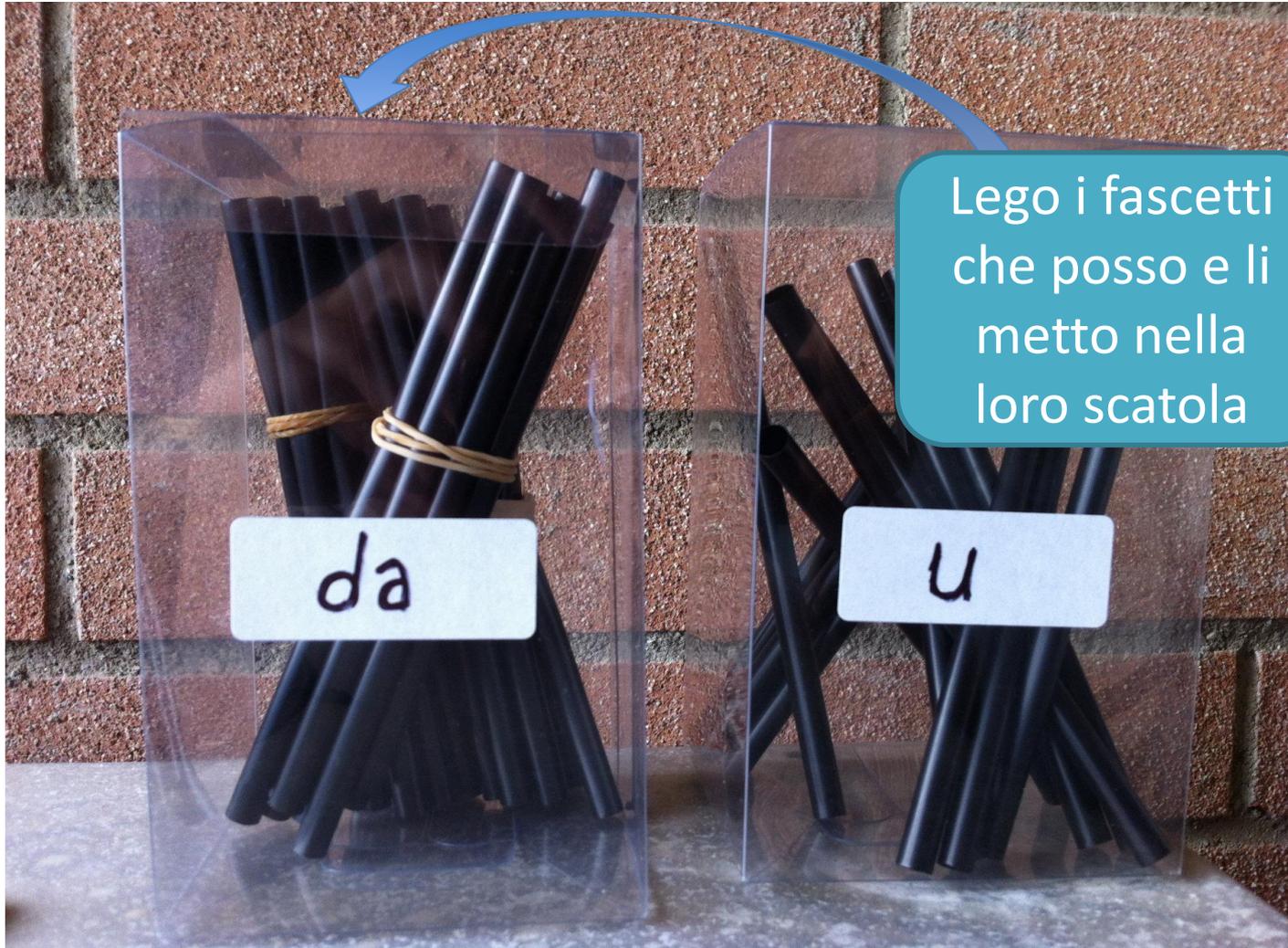
Ho tre decine e quattordici unità.  
Che numero è?



# Modello delle scatole trasparenti



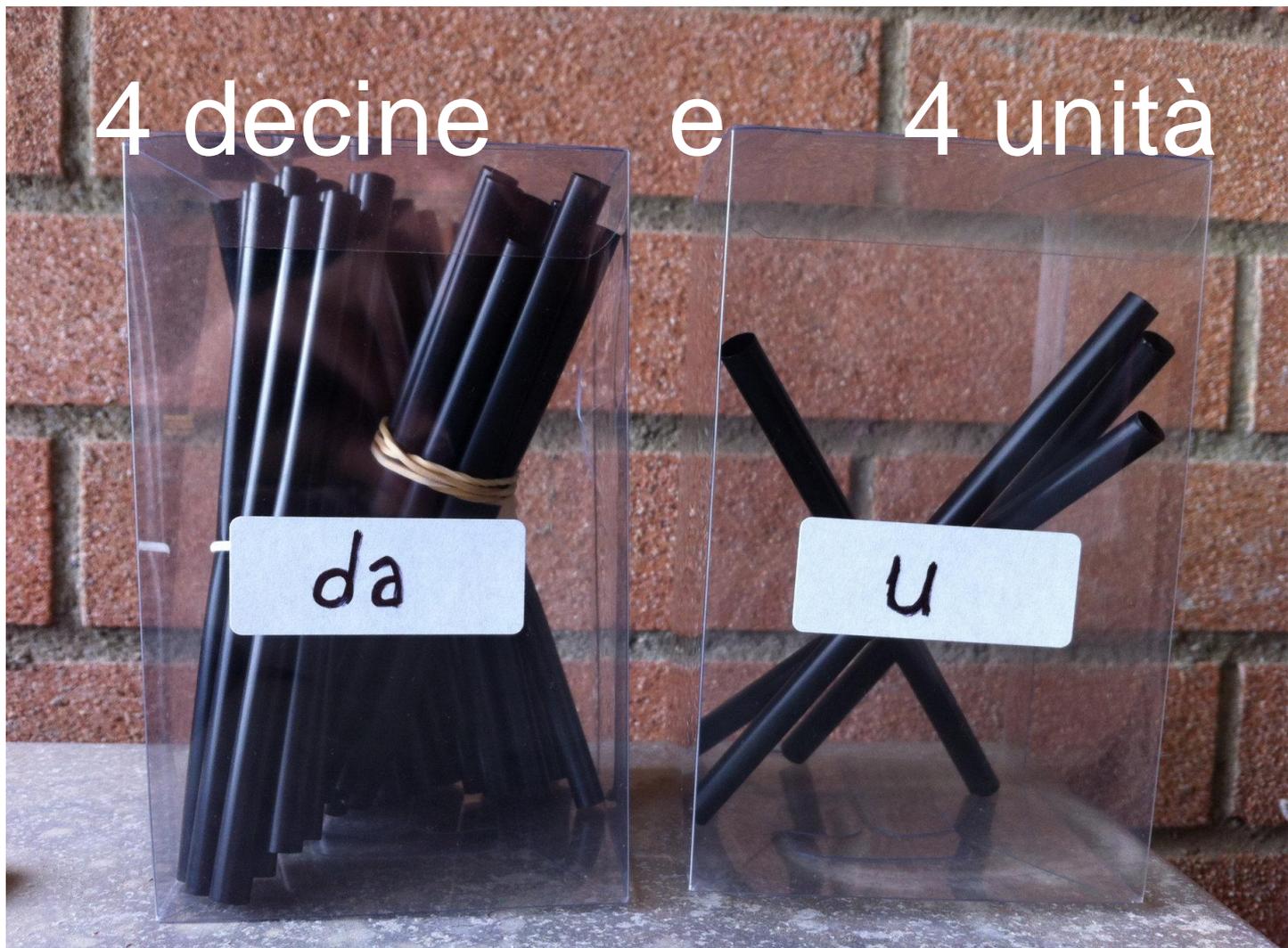
# Modello delle scatole trasparenti



# Modello delle scatole trasparenti



# Modello delle scatole trasparenti



Maria Giuseppina Bartolini Bussi,  
Alessandro Ramploud  
e Anna Baccaglioni-Frank



# *Aritmetica in pratica*

Strumenti e strategie dalla  
tradizione cinese per l'inizio  
della scuola primaria.

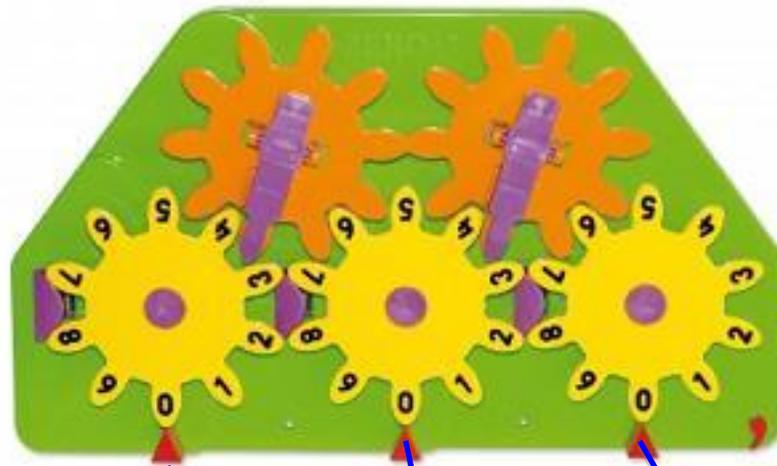
COLLANA  
*Artefatti* intelligenti

Erickson

# Cannucce → Pascalina → Abaco

Notazione posizionale decimale

I numeri si possono decomporre in h, da, u:

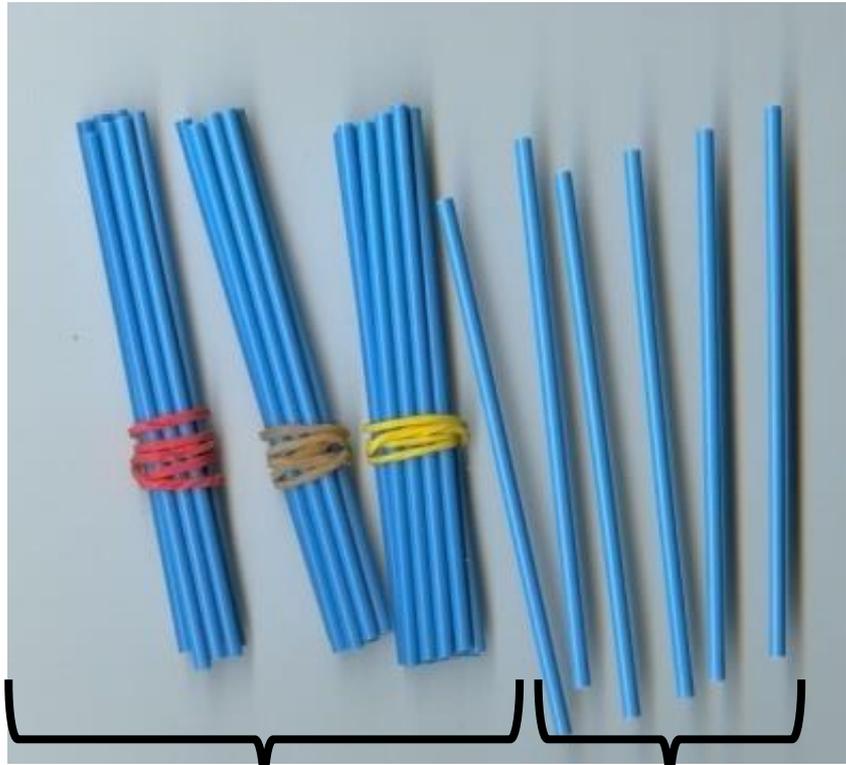


$$n_1 \times 100 + n_2 \times 10 + n_3$$

h

da

u



3 dieci

6 (sparse)

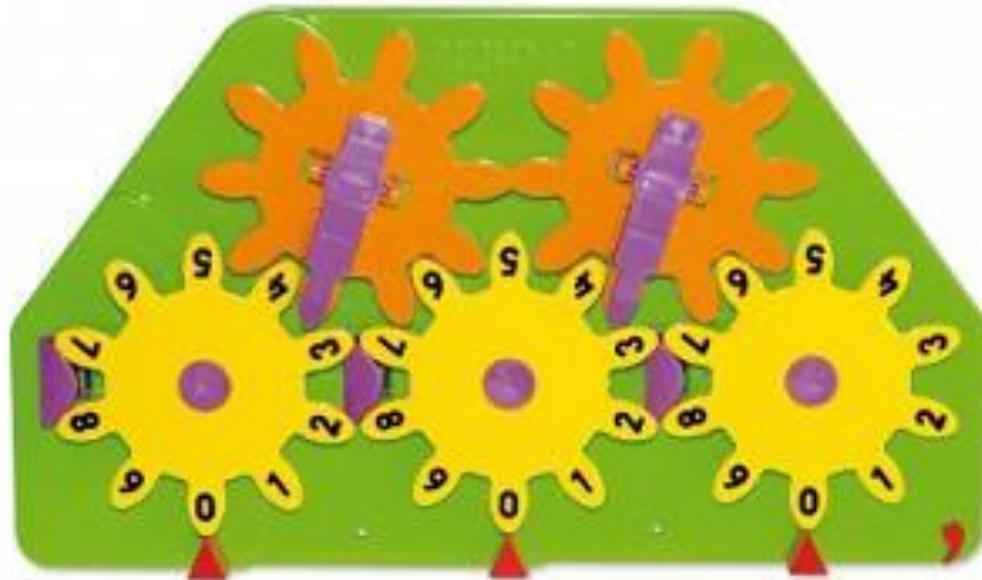
30

6

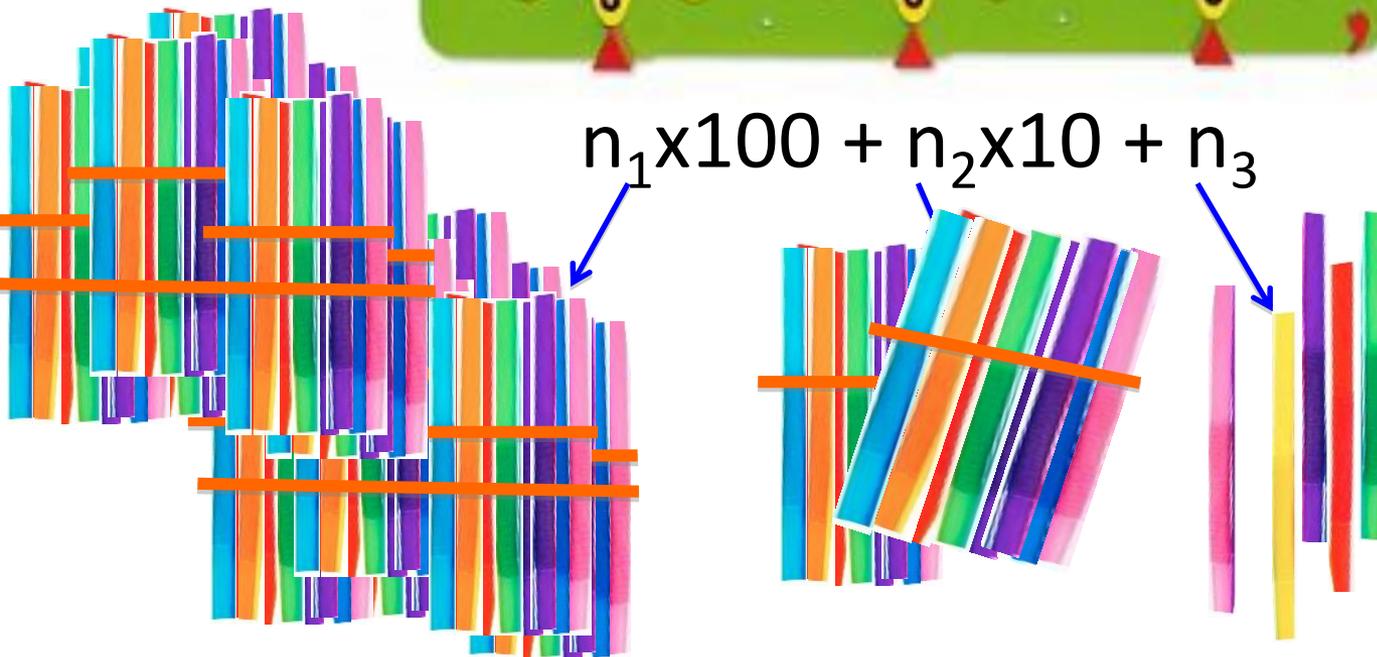
3 dieci 6 - trentasei

36

# Corrispondenza cannucce - rotelle



$$n_1 \times 100 + n_2 \times 10 + n_3$$



# Riassumendo...

Difficoltà nella rappresentazione dei numeri possono emergere da:

- passaggio codice analogico/cod simbolico
- gestione passaggio unità-decine e vs

Difficoltà nell'addizione/sottrazione possono emergere da:

- passaggio cod analogico/cod simbolico
- gestione passaggio unità-decine e vs
- diverse procedure per operandi a più cifre

# Riassumendo...

		Cannucce e scatole	pascalina	abaco	Carta e penna in colonna
Rappres. numeri	Cod analogico/cod simbolico	analogico	Simbolico (cifre e posizione)	Simbolico posizione, analogico cifre	Simbolico con gestione visuo-spaz.
	Passaggio unità-decine e vs	A carico bambino	A carico strumento	A carico bambino	A carico bambino (anticipatamente)
Calolo (add/sott)	Procedura rigida per gestione decine/unità	No, intuitivo e rimane forte la componente analogica	no (come cannucce), a carico dello strumento	no, ma viene insegnata come tale, tutta a carico del bambino	Sì (per il bisogno di "anticipare" il risultato)

# Riassumendo...

		Cannucce e scatole	pascalina	abaco	Carta e penna in colonna
Rappres. numeri	Cod analogico/cod simbolico	analogico	Simbolico (cifre e posizione)	Simbolico posizione, analogico cifre	Simbolico con gestione visuo-spaz.
	Passaggio unità-decine e vs	A carico bambino	A carico strumento	A carico bambino	A carico bambino (anticipatamente)
Calolo (add/s ott)	Procedura rigida per gestione decine/unità	No, intuitivo e rimane forte la componente analogica	no (come cannucce), a carico dello strumento	no, ma viene insegnata come tale, tutta a carico del bambino	Sì (per il bisogno di "anticipare" il risultato)

# Perché un approccio per artefatti?



# I Dati delle Prove

Le prove sono state somministrate in due periodi: febbraio e maggio e sono state proposte attraverso una somministrazione guidata in modalità collettiva.

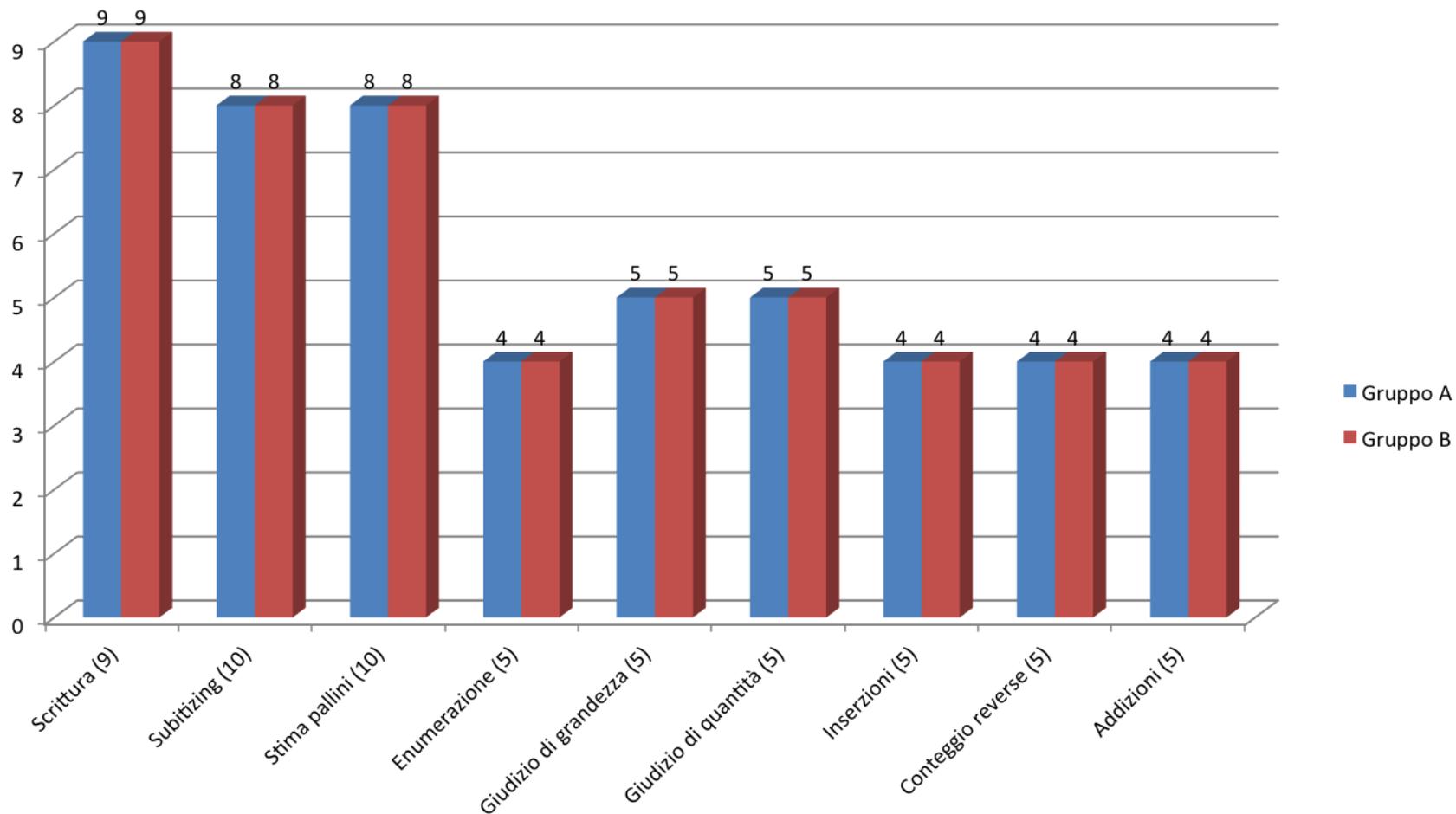
Le prove proposte sono le seguenti:

- scrittura dei numeri
  - subitizing
  - stima di pallini
  - Enumerazione
- giudizio di grandezza
  - giudizio di quantità
    - inserzioni
  - conteggio reverse
    - addizioni
    - sottrazioni

La prova di scrittura dei numeri è composta da 9 items, le prove di subitizing e stima dei pallini da 10 items mentre il resto delle prove contengono ognuna 5 items.

# I Dati delle Prove

Numero medio risposte corrette



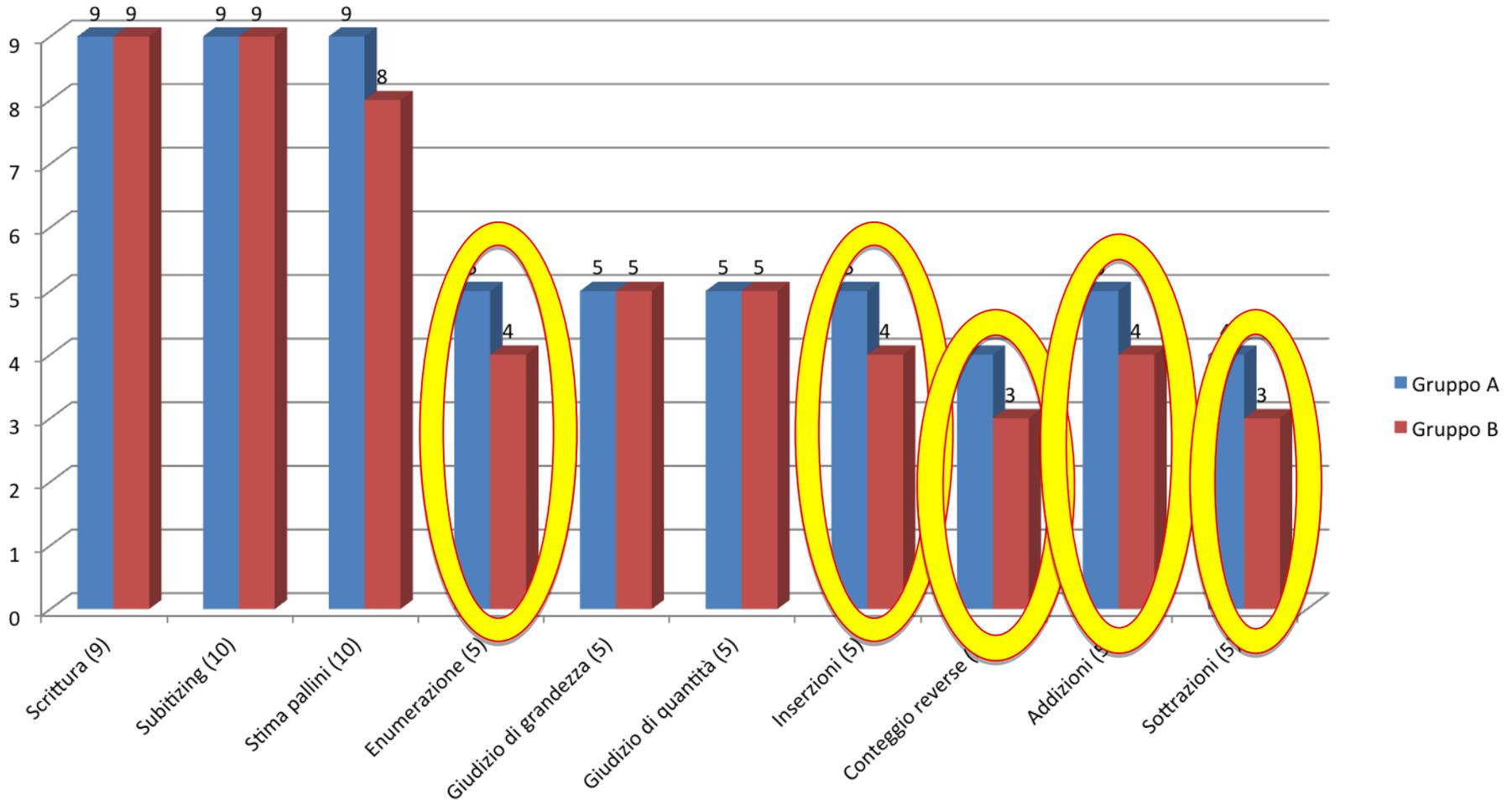
# I Dati delle Prove

Per l'identificazione dei soggetti a rischio abbiamo calcolato il 5° percentile.

Nella prima somministrazione risultano positivi pertanto circa il 5% dei soggetti cioè coloro che hanno ottenuto una prestazione collocabile al 5° percentile in almeno 4 prove su 9 proposte. Inoltre, sono stati inclusi anche i soggetti borderline per cui i soggetti individuati sono circa il 10% del campione

# I Dati delle Prove

Numero medio risposte corrette



# I Dati delle Prove

Oltre ad ottenere prestazioni medie più alte nel gruppo sperimentale alla seconda somministrazione si riduce la percentuale di soggetti positivi. A maggio ottengono una prestazione deficitaria o borderline il 6 % del campione mentre nel gruppo B si confermano positivi circa l'8% del campione.

Per altre informazioni visitare  
[percontare.asphi.it](http://percontare.asphi.it)

**P**er **C**ontare



Grazie  
e  
Buon Lavoro



# Le Cannucce



# Le Cannucce

## **Una prima possibile consegna**

Portare in classe circa cinquecento cannucce in un sacchetto e spargerle su una superficie accessibile a tutti i bambini (anche il pavimento). Chiedere:

*“Secondo voi quante cannucce sono queste?”*

Raccogliere, magari scrivendo alla lavagna, le diverse risposte dei bambini e sottolineare le risposte in cui si è stimata la quantità di cannucce sparse per poi dire:

*“Bene, ora dobbiamo vedere chi si è avvicinato di più e contare le cannucce per scoprire davvero quante sono.”*

*“Come possiamo fare?”*

# Le Cannucce

## **Che cosa aspettarsi**

I bambini sanno contare ben oltre il dieci, ma probabilmente pochi hanno sviluppato aspetti semantici dei numeri oltre il dieci. Alcuni bambini risponderanno dicendo “*moltissime*”, “*tantissime*” o dicendo i numeri “più grandi che conoscono”. Potrebbero usare numeri come “*cento*” “*mille*” o simili senza attribuire un preciso significato di quantità, ma come sinonimi di “*tantissimi*”.

# Le Cannucce

## **Significati matematici che si vogliono costruire**

Si vuole arrivare al concetto di **decina** come raggruppamento di dieci oggetti (eventualmente anche astratti).

## **Come costruire i significati matematici**

I bambini cercheranno diverse strategie per contare tutte le cannucce. L'insegnante dovrebbe sottolineare le diverse tipologie di risposta (per esempio, chi tenta di contare usando solo parole-numero, chi sposta mucchietti di cannucce "contate" da una parte e magari ne tiene traccia in qualche modo...).

# Le Cannucce

Trovandosi in difficoltà nel contare, i bambini saranno pronti ad accogliere “suggerimenti”. L’insegnante può scegliere di spingere verso una particolare strategia risolutiva, magari modificandone una proposta dai bambini.

Lavorando sull’idea di “fare mucchietti” l’insegnante può dire:

*“Allora teniamo bene insieme le cannucce di questi gruppettini.”*

È importante inoltre che nella soluzione definitiva i gruppettini contengano lo stesso numero di cannucce (*altrimenti come si fa a sapere quante cannucce abbiamo raccolto?*) e arrivare ad avere gruppetti da dieci

# Le Cannucce

*(perché così sono più facili da contare – questo solo perché il nostro sistema numerico è decimale derivante probabilmente dal fatto che abbiamo 10 dita, ma è una convenzione).*

Si arriva dunque a rispondere alla domanda iniziale costruendo molti fascetti-decina. L'insegnante sottolinea quanto sia più facile contare i fascetti piuttosto che contare le cannuce una ad una come aveva proposto qualcuno all'inizio.

A questo punto (o prima) è bene esplicitare l'analogia fascetto-decina e dieci dita delle mani, per poi introdurre formalmente il numero 10.

*“Sapete come si scrive 10? È un numero diverso dagli altri che abbiamo scritto finora...si scrive con due cifre: 1 e 0.”*

*“Ora scriviamo 10 nell'aria.”*

# Awalé delle Cannucce

Un modo di potenziare la nozione di *decina* può essere il seguente gioco ispirato alla tradizione africana ed indiana degli Awalé. Servono (per ogni gruppetto di bambini)

- 10 bicchieri di plastica (meglio se trasparenti), quindi in totale 50 se si formano 5 gruppetti;
- 50 cannucce, quindi in totale 250 se si formano 5 gruppetti;
- 10 elastici, quindi in totale 50 se si formano 5 gruppetti.

# Awalé delle Cannucce

Si posizionano i bicchieri su 2 file contrapposte. In ogni bicchiere si posizionano 5 cannucce. Le due squadre in ciascun gruppetto si posizioneranno una di fronte all'altra avendo davanti a sé 5 bicchieri, ognuno contenente 5 cannucce.

Il bambino potrà prendere, ad ogni suo turno di gioco, solo le cannucce presenti nei bicchieri dalla propria parte.



# Awalé delle Cannucce

**Turno di gioco:** il bambino prende tutte le cannucce che si trovano in uno dei 5 bicchieri che ha di fronte e le distribuisce 1 per ogni bicchiere a partire da quello subito alla destra di quello da dove ha prelevato le cannucce. Il movimento risulterà quindi in senso antiorario. Il movimento va dalla propria metà a quella dell'avversario. Infatti la “semina” distribuzione delle cannucce riguarda anche la parte dei bicchieri da cui prende il proprio avversario.

# Awalé delle Cannucce

Ogni volta che il bambino collocando l'ultima cannuccia “seminata” in un proprio bicchiere o in quello dell'avversario comporrà una decina, legherà il fascetto e lo deporrà alla sua destra nel “granaio”.



# Awalé delle Cannucce

Vince il bambino che alla fine della semina e raccolta avrà composto più decine. Il gioco può essere fatto da singoli bambini o da squadre.



Il gioco si ispira liberamente alla tradizione africana ed indiana degli Awalé. Per informazioni si può consultare wikipedia alla seguente voce: <http://fr.wikipedia.org/wiki/Awal%C3%A9>

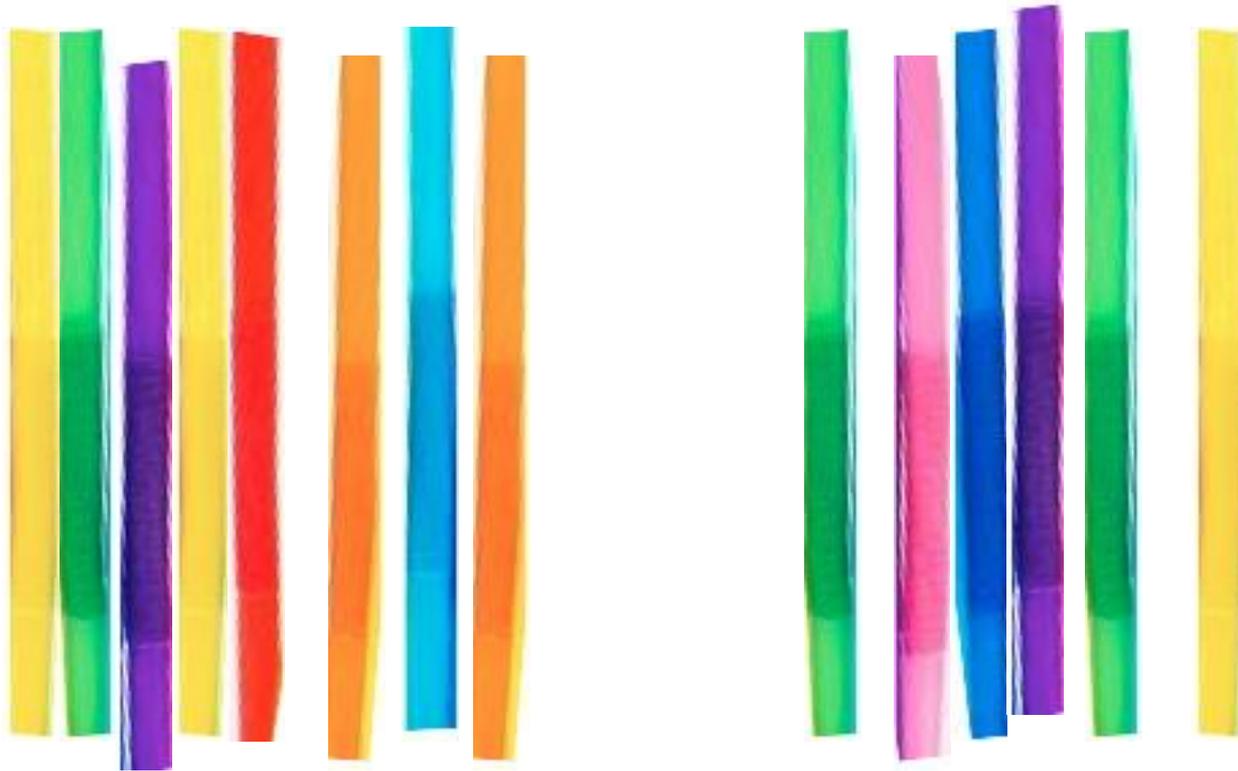
# Le Cannucce e il calcolo

Chiedere:

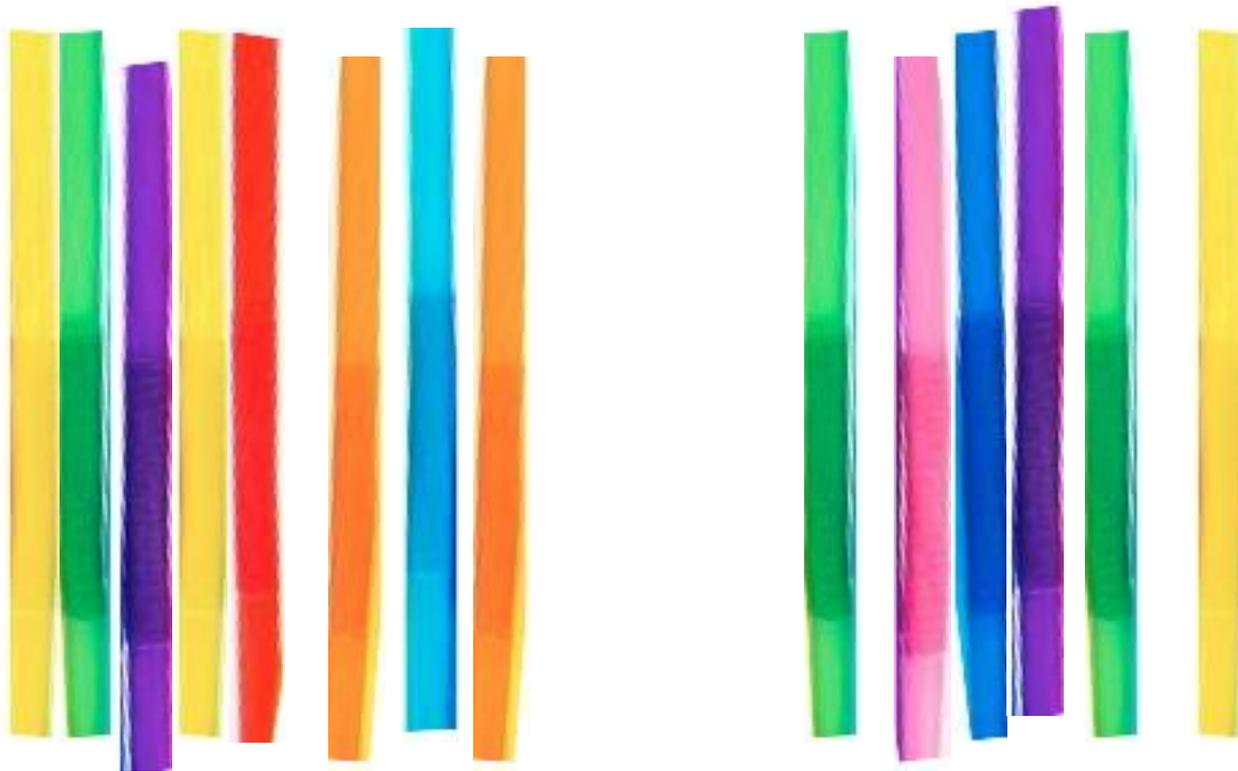
Quanto fa  $8 + 6$ ? Lo possiamo fare con i fascetti di cannucce?



# Le Cannucce e il calcolo



# Le Cannucce e il calcolo



# Le Cannucce e il calcolo

Dopo l'attività e questo  
dovrebbero essere

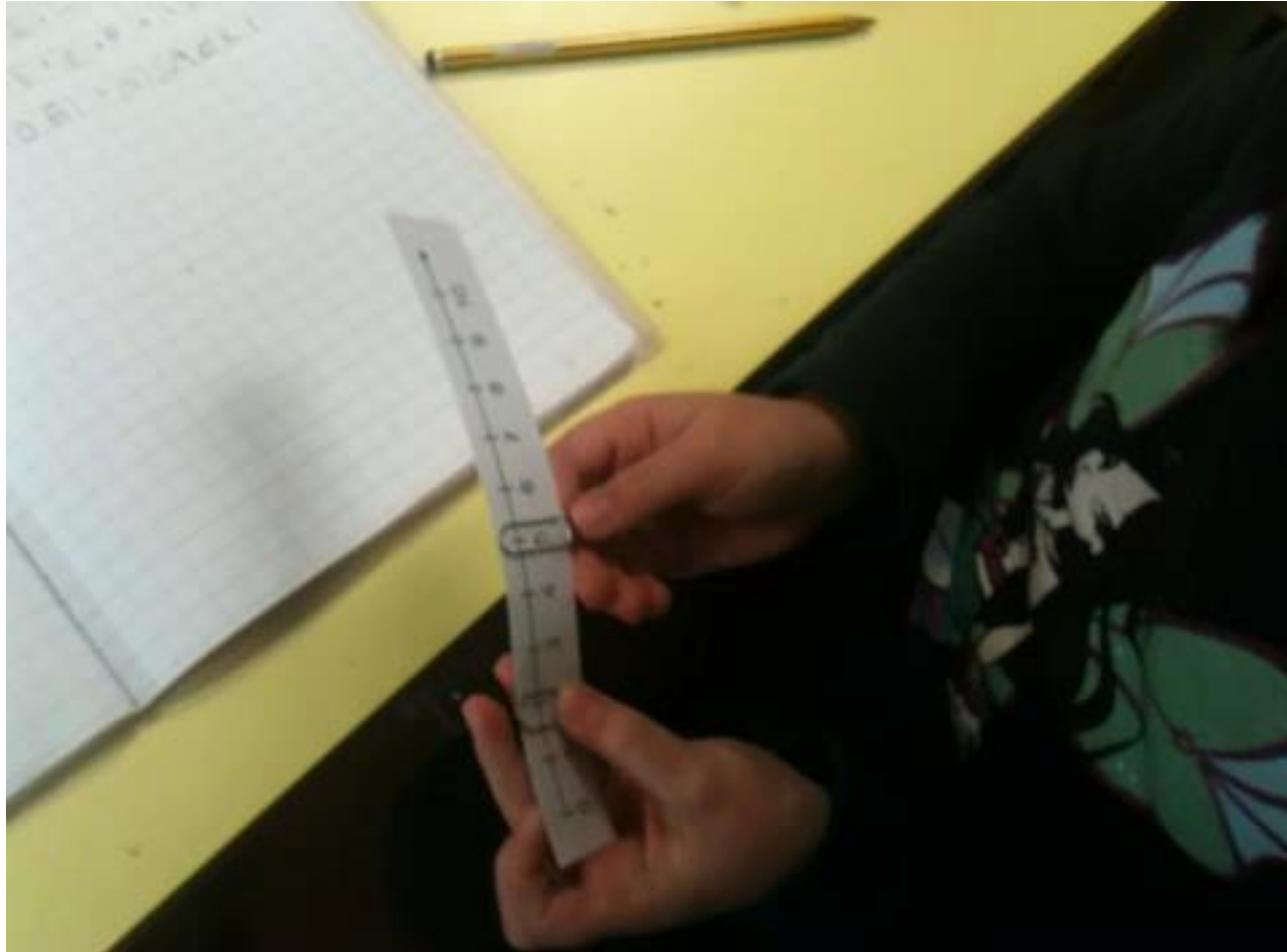
Per formare un fascetto  
da 10 prendo 2 dal 6 e  
me ne rimangono 4,  
quindi ho un fascetto  
da 10 e altre quattro  
cannucce e quindi ho  
 $10+4=14$ .



# Calcolo sulla linea



# Calcolo sulla linea



# Calcolo sulla linea

